

Corrigé de la composition de physique du CAPES de sciences physiques année 2012

Ce corrigé est proposé par Martin Vérot. Si vous voyez une erreur, envoyez un mail à agregationchimie#free.fr avec un `@` à la place du `#`. J'essaierai de les corriger le plus vite possible.

Je tiens à remercier Cécile Taffin pour avoir noté une erreur commune à la question III.12.c, une remarque est là pour clarifier pourquoi cette erreur est faite (facilité et gain de temps), mais la réponse exacte est fournie. Je remercie également Augustin Ernoult qui a corrigé des erreurs à la question IV.22.c., IV.24.d., et IV.25 à IV.27 ainsi que Guillaume Laine pour une coquille à la question I.2.e.

Cette correction est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 3.0 non transposé.

Les disques optiques numériques

I. Étude mécanique d'un disque optique numérique

I.1. Étude de la piste d'un Compact-Disc

I.1.a. $S = \pi(R_2^2 - R_1^2) \approx \pi(5,8^2 - 2,5^2) \cdot 10^{-4} = 86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

I.1.b. On peut approximer la longueur totale en cherchant la longueur d'un rectangle de longueur L et d'épaisseur a (on sous-estime L) :

$$L \approx \frac{S}{a} = \frac{86 \cdot 10^{-4}}{1,59 \cdot 10^{-6}} \approx 5,4 \text{ km}$$

I.1.c. $\Delta t = \frac{L}{v_0} = \frac{5,4 \cdot 10^3}{1,22} \approx 74 \text{ min}$ Les disques annoncent une durée approximative de 70 minutes, ce qui correspond à la valeur trouvée.

I.1.d. On cherche $\Omega(r)$ tel que : $v_0 = \Omega(r)r \implies \Omega(r) = \frac{v_0}{r}$

I.1.e. $\Omega(r)$ est maximal en R_1 .

I.1.f. $\Omega_{\max} = \frac{1,22}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 48,8 \text{ rad.s}^{-1}$ (environ 8 tours par seconde).

I.1.g. $\Omega'_{\max} = 2537,8 \text{ rad.s}^{-1} \approx 24\,230 \text{ tr.min}^{-1}$

I.2. Les différents modes de lecture

I.2.a. On veut $\Omega_0 = \frac{52v_0}{R_3} = \frac{52 \times 1,22}{4,5 \cdot 10^{-2}} = 1410 \text{ rad.s}^{-1}$

I.2.b. $v(r) = \Omega_0 r$

I.2.c. Sur un rayon du disque, chaque sillon est séparé de a , il y a donc $N_1 = \frac{R_3 - R_1}{a} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{1,59 \cdot 10^{-6}} = 12,6 \cdot 10^3$ tours à faire.

$$\text{I.2.d. } \Delta t_1 = \frac{N_1 \times 2\pi}{\Omega_0} = 2\pi \frac{R_3 - R_1}{a} \frac{R_3}{52v_0} = 2\pi \times \frac{12,6 \cdot 10^3}{1410} = 56 \text{ s}$$

I.2.e. La longueur L' à parcourir en mode CLV est :

$$L' \approx \frac{\pi(R_2^2 - R_3^2)}{a} = \pi \frac{5,8^2 - 4,5^2}{1,59 \cdot 10^{-2}} = 2,6 \text{ km}$$

Il faut un temps : $\Delta t_2 = \frac{L'}{52v_0} = \frac{2,6 \cdot 10^3}{52 \times 1,22} = 42 \text{ s}$ pour parcourir le reste de la piste.

$$\text{I.2.f. } \Delta t' = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 56 + 42 = 98 \text{ s} = 1,6 \text{ min}$$

Remarque : Sans l'adaptation de la vitesse de rotation, il aurait fallu à peine plus de 10 s de plus.

I.3. Mécanique dans un référentiel non galiléen

I.3.a. Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel le principe d'inertie s'applique.

I.3.b. Galilée a pu défendre une vision héliocentrique du système solaire en étudiant les tâches solaires. Il a également perfectionné la lunette astronomique. Il a également fait avancer l'étude de la chute des corps.

$$\text{I.3.c. } \vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_{ie} = -m\Omega^2 r_1 \vec{e}_z \wedge (\vec{e}_z \wedge \vec{e}_{r1}) = -m\Omega^2 r_1 \vec{e}_z \wedge \vec{e}_{\theta 1} = m\Omega^2 r_1 \vec{e}_{r1}$$

I.4. Résistance mécanique des disques optiques numériques

$$\text{I.4.a. } d^2m = \mu \times h \times r_1 dr_1 d\theta_1$$

$$\text{I.4.b. } \vec{F}_{ie} = d^2m\Omega^2 r_1 \vec{e}_{r1} = \mu h r_1^2 dr_1 d\theta_1 \Omega^2 \vec{e}_{r1}$$

$$\text{I.4.c. } d\vec{F}_a \text{ est porté par le vecteur } \vec{e}_{\frac{d\theta_1}{2}} = \cos \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{y1} - \sin \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \approx \vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1}$$

$$d\vec{F}_b \text{ est porté par le vecteur } -\vec{e}_{-\frac{d\theta_1}{2}} = -\cos \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{y1} - \sin \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \approx -\vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1}$$

On en déduit :

$$d\vec{F}_a \approx \sigma dS \left(\vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \right) \quad d\vec{F}_b \approx \sigma dS \left(-\vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \right)$$

I.4.d. On applique le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel non galiléen attaché au disque à l'élément de disque.

$$d\vec{F}_a + d\vec{F}_b + d^2\vec{F}_{ie} = \vec{0}$$

$$\sigma dS \left(\vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \right) + \sigma dS \left(-\vec{e}_{y1} - \frac{d\theta_1}{2} \vec{e}_{x1} \right) + \mu h r_1^2 dr_1 d\theta_1 \Omega^2 \vec{e}_{x1} = \vec{0}$$

En projetant sur \vec{e}_{x1} , on en déduit : $\sigma = \mu r_1^2 \Omega^2$

I.4.e. La contrainte est maximale pour R_{ext} car elle croît comme le carré de la distance r_1 .

I.4.f. On cherche Ω_1 tel que $\sigma_{rup} = \mu R_{ext}^2 \Omega_{1max}^2$.

$$\Omega_{1max} = \sqrt{\frac{\sigma_{rup}}{\mu R_{ext}^2}} = \sqrt{\frac{65,0 \cdot 10^6}{1,20 \cdot 10^3 \times (6,00 \cdot 10^{-2})^2}} = 3,88 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Omega_{1max} \approx 37,0 \cdot 10^3 \text{ tr.min}^{-1}$$

On retrouve l'ordre de grandeur annoncé en début de partie.

II. Étude thermodynamique d'un CD-RW

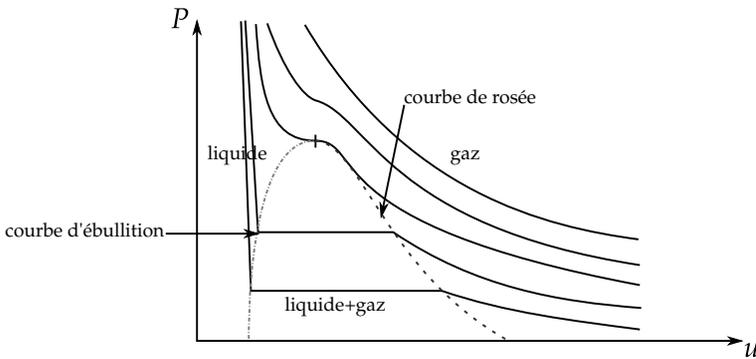
II.5. Généralités sur les systèmes diphasés

II.5.a. Si un corps pur est présent sous deux phases à une pression fixée, alors sa température est également fixée car la variance est nulle.

II.5.b. La transition liquide → vapeur est l'ébullition.

La transition solide → vapeur est la sublimation.

II.5.c. Allure des isothermes d'Andrews :



II.6. Évaluation de la vitesse maximale d'écriture

II.6.a. Énoncé du premier principe :

Il existe une fonction d'état extensive, appelée énergie interne, somme des énergies cinétiques microscopiques ainsi que des énergies potentielles des forces d'interaction microscopique et dont la variation pour une transformation $I \rightarrow F$ subie par un système macroscopiquement au repos est égale à :

$$\Delta U_{I \rightarrow F} = W_{I \rightarrow F} + Q_{I \rightarrow F}$$

où $W_{I \rightarrow F}$ est le travail échangé et $Q_{I \rightarrow F}$ la chaleur échangée au cours de la transformation $I \rightarrow F$. Ces deux dernières grandeurs dépendent de la transformation.

II.6.b. $V_1 = \pi r_0^2 h$ $m_1 = \mu_1 V_1 = \mu_1 \pi r_0^2 h$

II.6.c. $\Delta H = m_1 c_{p1} (T_f - T_i)$

II.6.d. $Q_1 = m_1 c_{p1} (T_{fus} - T_0)$

II.6.e. $Q_2 = m_1 \ell_1$

II.6.f. $P_0 \Delta t_{min} = Q_1 + Q_2$

II.6.g.

$$\begin{aligned}\Delta t_{\min} &= \frac{\mu_1 \pi r_0^2 h}{P_0} (c_{p1}(T_{fus} - T_0) + \ell_1) \\ &= \frac{\pi \times 3,00 \cdot 10^3 \times (0,550 \cdot 10^{-6})^2 \times 1,00 \cdot 10^{-6}}{14,0 \cdot 10^{-3}} (2,50 \cdot 10^2 \times 600 + 1,00 \cdot 10^5) \\ &= 5,09 \cdot 10^{-8} \text{ s}\end{aligned}$$

Remarque : Le temps minimal calculé est extrêmement court, en pratique, la diffusion de la température doit limiter la vitesse du processus.

II.7.a. $dS = 2r_0 v_1 dt$

II.7.b. $d\tau = h dS = h 2r_0 v_1 dt$

II.7.c. On veut : $P_0 dt = \mu_1 h 2r_0 v_1 dt (c_{p1}(T_{fus} - T_0) + \ell_1)$

$$v_{1\max} = \frac{P_0}{\mu_1 h 2r_0 (c_{p1}(T_{fus} - T_0) + \ell_1)}$$

II.7.d. A.N. :

$$\begin{aligned}v_{1\max} &= \frac{14,0 \cdot 10^{-3}}{3,00 \cdot 10^3 \times 1,00 \cdot 10^{-6} \times 2 \times 0,550 \cdot 10^{-6} (2,50 \cdot 10^2 \times 600 + 1,00 \cdot 10^5)} \\ &= 17,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

III. Comportement optique d'un disque optique numérique

III.8. Diffraction par un miroir plan rectangulaire

III.8.a. Non, il n'ont pas pu se connaître car Huygens (1629-1695) est mort avant la naissance de Fresnel (1788-1827).

III.8.b. Huygens : Modèle ondulatoire de la lumière qui se propage de proche en proche via des émissions d'ondelettes sphériques. Fresnel : Interférence de la composante transversale de la lumière.

III.9.a. Une onde plane est une onde pour laquelle tous les fronts d'ondes sont perpendiculaires l'axe de propagation défini par une direction constante.

III.9.b. En pratique, on place une source ponctuelle dans le plan focal objet d'une lentille.

III.9.c. La longueur d'onde $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ correspond au jaune. (une des raies du doublet du sodium)

III.9.d. La longueur d'onde λ_{\min} est associée à la couleur bleue et λ_{\max} est associée à la couleur rouge.

III.10. On considère que la lumière peut être décrite uniquement par des grandeurs scalaires. On néglige alors le fait d'avoir une polarisation par exemple.

III.11. À propos de la lunette

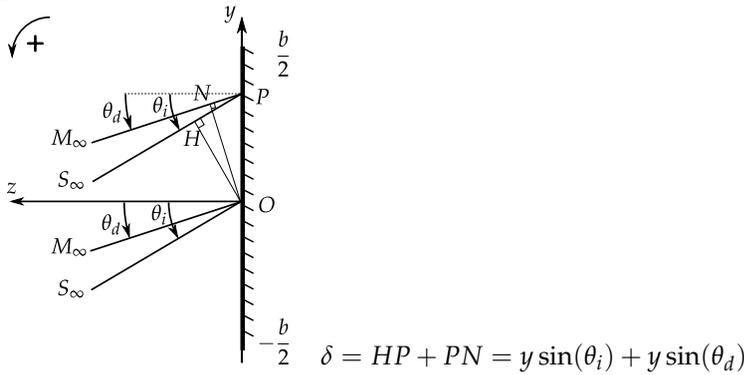
III.11.a. Une lunette autocollimatrice est une lunette afocale réglée à l'infini.

III.11.b. On place une source ponctuelle au foyer objet de la lentille en mettant un miroir plan derrière la lentille, l'image doit alors se former au niveau de la source.

III.12. Étude de la différence de chemin optique

III.12.a. Le chemin optique est la distance que parcourrait dans le vide la lumière pendant le temps qu'elle met à parcourir une trajectoire AB dans un milieu d'indice n .

III.12.b.



III.12.c.

$$\underline{s} = \underline{KH} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} s_0 \exp\left(-\frac{j2\pi\delta}{\lambda_1}\right) dy = \underline{KH} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} s_0 \exp\left(-\frac{j2\pi y (\sin\theta_i + \sin\theta_d)}{\lambda_1}\right) dy$$

$$\underline{s} = \underline{s_0KH} \times \frac{\lambda_1}{\pi (\sin\theta_i + \sin\theta_d)} \sin\left(\frac{b}{2} \frac{2\pi (\sin\theta_i + \sin\theta_d)}{\lambda_1}\right)$$

$$\underline{s} = \underline{s_0KHb} \operatorname{sinc}\left(\frac{b\pi (\sin\theta_i + \sin\theta_d)}{\lambda_1}\right)$$

où $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$. On a la forme souhaitée avec :

$$F\left(\frac{b\pi (\sin\theta_i + \sin\theta_d)}{\lambda_1}\right) = \operatorname{sinc}\left(\frac{b\pi (\sin\theta_i + \sin\theta_d)}{\lambda_1}\right).$$

Remarque : Normalement, il faut rajouter un déphasage de $\frac{\lambda}{2}$ lorsqu'il y a réflexion d'un milieu moins dispersif vers un milieu plus dispersif. Cependant, ce déphasage n'affecte pas l'éclairement car $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ et l'éclairement est le carré de l'amplitude. Il n'y a pas de différence constatable sur l'éclairement qui est l'observable. Cependant cette « subtilité » ne présentant pas de conséquence sur les résultats et demandant plusieurs étapes de calcul, la réponse « fausse » présentée ici a dû être acceptée. Pour les personnes connaissant ce détail, une phrase serait sûrement attendue pour expliquer ce déphasage de $\frac{\lambda}{2}$.

III.12.d. L'éclairement ϵ vaut $|\underline{s}|^2$:

$$\epsilon = |\underline{s}_0|^2 |\underline{K}|^2 H^2 b^2 \sin_c^2 \left(\frac{b\pi (\sin \theta_i + \sin \theta_d)}{\lambda_1} \right)$$

III.13.a. On veut $\frac{b\pi \sin \theta_d}{\lambda_1} = \pm \pi$:

$$\sin \theta_d = \pm \frac{\lambda_1}{b}$$

On en déduit :

$$\Delta \theta_d = 2 \arcsin \frac{\lambda_1}{b}$$

III.13.b. On voit que le maximum secondaire est environ 5 fois plus faible que la maximum principal pour $F(u)$. L'amplitude secondaire sera donc approximativement égale à $\frac{\epsilon_{max1}}{25} \cdot \frac{\epsilon_{max2}}{\epsilon_{max1}} \approx \frac{1}{25}$

III.14. Relation fondamentale des réseaux

III.14.a. On peut s'aider du résultat vu à la question III.12.b :

$$\delta_{n+1,n} = a (\sin \theta_i + \sin \theta_d)$$

III.14.b. $\psi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{n+1,n} = \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin \theta_i + \sin \theta_d)$

III.14.c. Il y a interférence constructive si :

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin \theta_i + \sin \theta_d) = 2p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$$

III.14.d. Cette relation donne la relation entre les positions des maxima, la longueur d'onde et le pas du réseau.

III.14.e. Pour $p = 0$, on a des interférences constructives si $\sin \theta_i + \sin \theta_d = 0$. On retrouve le fait que pour $\theta_i = \theta_d$, la différence de marche s'annule.

III.14.f. Non, $-\frac{2a}{\lambda} \leq p \leq \frac{2a}{\lambda}$. De plus en pratique la diffraction n'est pas isotrope, les très grands ordres seront difficilement observables.

III.15. Il faudra prendre en compte la diffraction et le terme en sinus cardinal associé. On va donc avoir les interférences du réseau modulées par la diffraction des fentes.

III.16. Expérience en lumière blanche sous incidence normale

III.16.a. Il va voir une suite d'irisations correspondant aux angles $\theta_{d,\lambda}$ tels que : $\frac{a}{\lambda} \sin \theta_{d,\lambda} = p$. Les interférences constructives ayant lieu pour des angles différents selon la valeur de λ . Pour un ordre d'interférence donné, la lumière apparaîtra comme décomposée. Pour l'ordre 0 (à la verticale du CD), la lumière n'est pas décomposée.

III.16.b. $\theta_{d,\lambda} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{a}p\right)$

III.16.c. $p_{max,500\text{ nm}} = \frac{a}{\lambda} = 3$. On observera donc des interférences pour l'ordre 1, 2 et 3 soit 3 pics d'éclaircissements.

III.16.d. Il y a recouvrement si on peut trouver des entiers p et p' tels que $p\lambda_1 = p'\lambda_2$ avec $p, p' \leq 3$. Cette relation peut être vérifiée pour les ordres 2 et 3 avec certaines longueurs d'onde, il y a donc recouvrement de ces deux ordres.

III.17. Généralisation

III.17. Pour un DVD, l'ordre maximal $p'_{max,500\text{ nm}} = \frac{a'}{\lambda}$ sera plus petit, on observera donc moins d'ordres.

III.18.a. La structure de la source est alors plus piquée autour de certaines longueurs d'ondes, on observera donc des interférences uniquement pour certaines longueurs d'ondes au lieu d'avoir un continuum d'interférences.

III.18.b. Une lampe fluocompacte a un spectre très piqué car on excite un gaz qui va émettre à des longueurs d'ondes précises (spectre d'émission d'un gaz) au lieu d'avoir une émission de type corps noir qui est un continuum.

III.19. Utilisation d'un laser

III.19.a. Il y a des controverses. Mais on peut retenir l'expérience de Maiman en 1960.

III.19.b. On excite une molécule avec un premier photon pour qu'elle passe dans un état excité puis à l'aide d'un deuxième photon, la molécule se désexcite en produisant deux photons identiques à celui utilisé pour désexciter la molécule.

III.19.c. Il y a un amplificateur optique et une cavité optique qui sert de résonateur.

III.19.d. Les lasers sont utilisés en chirurgie pour leur capacité à délivrer une forte puissance sur une zone très locale. On les utilise également comme systèmes de pointage pour mesurer des distances ou comme viseurs pour leur forte directionnalité.

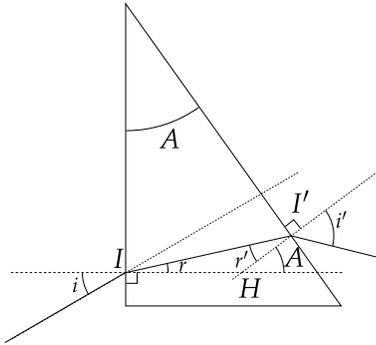
IV. Lecture de l'information

Asservissement de la focalisation du faisceau lumineux sur la surface du disque

IV.20. Déviation d'un rayon lumineux par un prisme

IV.20.a. $\sin i = n \sin r$ et $n \sin r' = \sin i'$

IV.20.b.



Dans le triangle $I'I'H$, on a :

$$r + r' + (\pi - A) = \pi$$

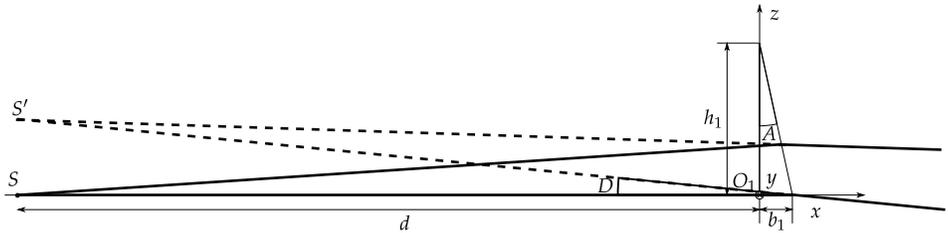
On en déduit :

$$A = r + r'$$

IV.20.c. $D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A$

IV.20.d. Pour les petits angles, $i \approx nr$ et $nr' = i'$. On a alors $D = (n - 1)A$.

IV.21.a.



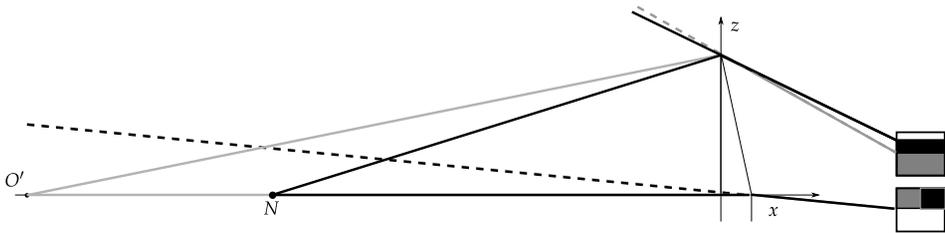
IV.21.b. $z_0 = d \tan D \approx dD = d(n - 1)A$

IV.22. Détection optique d'une erreur de focalisation

IV.22.a. Lorsque le système est dérégulé, au lieu d'être à l'infini pour la lentille L_2 , le point O sera un objet réel à une distance finie, supérieure à f'_2 . L'image N sera donc au delà de O' à une coordonnée $(x, 0)$ avec $x > 0$.

IV.22.b. Les images N' et N'' seront alors dans le même plan que N , symétriques par rapport à N .

IV.22.c. Si on translate l'objet à droite, pour le rayon passant par l'axe l'angle incident n'est pas modifié, la zone éclairée sur le capteur 4 restera inchangée. Cependant l'angle incident au niveau du coin du prisme (en $z = h_1$) dépend de x , l'angle incident va augmenter, l'angle de réfraction va également augmenter, (la fonction sinus est croissante sur $[0, \pi/2]$). La zone éclairée du capteur 3 va augmenter.



Remarque : On retrouve qualitativement le résultat donné dans l'énoncé : l'éclairissement est indépendant de x pour le capteur 4 mais augmente pour le capteur 3.

IV.23. Élaboration électronique des signaux d'erreur de position

IV.23. $v_2 + v_3 - v_1 - v_4 = 2\alpha x$ $v_2 - v_3 + v_4 - v_1 = 4\beta z$

IV.24.a. L'impédance de sortie est proche de celle de l'AO, elle est donc négligeable (de l'ordre du ohm).

IV.24.b. $v_+ = v_- = 0$

On applique le théorème de Millman :

$$\frac{v_c}{\frac{1}{R}} + \frac{v_a}{\frac{1}{R}} + \frac{v_b}{\frac{1}{R}} = v_- = 0$$

On en déduit : $v_c = -v_a - v_b$

On a un montage sommateur inverseur.

IV.24.c. $v_c = -Ri = -R(i_1 + i_2 - i_-)$. Pour un AO idéal, l'impédance d'entrée est infinie, donc $i_- = 0$ et la tension de sortie ne dépend pas de ce qui est branché en sortie.

IV.24.d. $Z_g = \frac{v_g}{i_g} = 2R$

IV.24.e. On applique Millman :

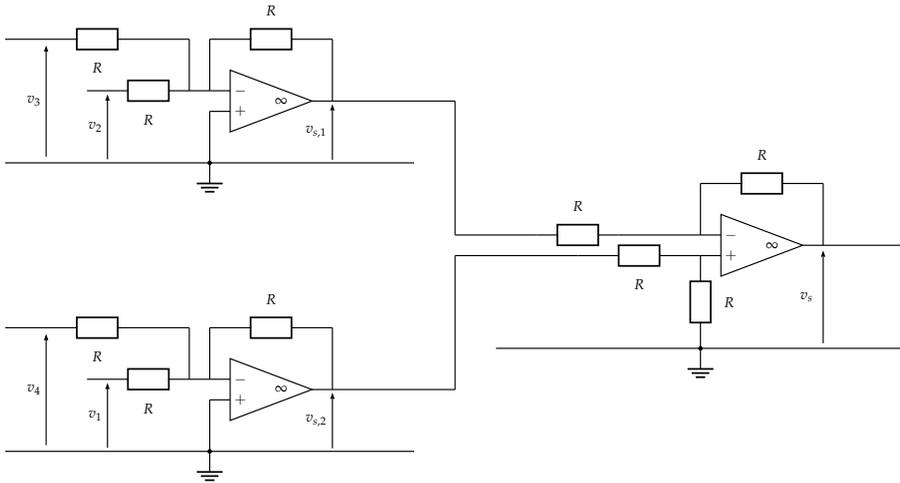
$$v_- = \frac{\frac{v_s}{R} + \frac{v_f}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = v_+ = \frac{\frac{v_g}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

On en déduit :

$$v_s = v_g - v_f$$

On a un montage soustracteur.

IV.24.f. Un exemple possible, on aurait aussi pu mettre deux soustracteurs suivi d'un sommateur.



IV.25. Actuateur électronique pour la correction de l'erreur de focalisation

Je ne suis pas sûr des signes, si vous constatez une erreur, n'hésitez pas à me le signaler.

$$\text{IV.25.a. } d\vec{F}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = IB dl \vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_r$$

$$\vec{F}_L = -2\pi r_b N_b i_b B \vec{e}_z$$

IV.25.b. On parle de la force de Laplace pour Pierre-Simon de Laplace.

IV.25.c. Il a vécu à cheval sur le XVIII^e et le XIX^e siècle. (1749-1827).

En thermodynamique, la loi de Laplace pour une transformation adiabatique réversible : $PV^\gamma = \text{Cte}$ avec $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$.

En physique des fluides : la pression de Laplace associée à la courbure de l'interface : $\Delta P = \frac{2\gamma}{R}$ pour une gouttelette sphérique de rayon R .

IV.25.d. On applique le principe fondamental de la dynamique au bloc de lecture dans le référentiel du laboratoire projeté sur l'axe \vec{e}_z :

$$m_b \vec{a}_b = -kz_b \vec{e}_z - f \vec{v}_b - 2\pi r_b N_b i_b B \vec{e}_z$$

avec \vec{a}_b l'accélération du bloc de lecture.

IV.25.e. On projette sur l'axe \vec{e}_z :

$$m_b \frac{d^2 z_b}{dt^2} = -kz_b - f \frac{dz_b}{dt} - 2\pi r_b N_b i_b B$$

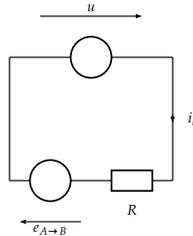
IV.26.a. Le bobinage est en mouvement dans un champ magnétique fixe, il y a donc de l'induction de Lorentz.

IV.26.b. Loi de Lenz : Le courant induit s'oppose par ses effets à la cause qui lui a donné naissance.

IV.26.c. Le courant induit doit s'opposer au mouvement vertical vers le haut. La force de Laplace doit donc être orientée selon $-\vec{e}_z$. Il faut que le courant soit positif donc $e_{A \rightarrow B}$ aussi.

$$IV.26.d. e_{A \rightarrow B} = \left(\frac{dz_b}{dt} \vec{e}_z \wedge B \vec{e}_r \times 2\pi r_b N_b \right) \cdot \vec{e}_\theta = B2\pi r_b N_b \frac{dz_b}{dt}$$

IV.26.e.



IV.26.f. $u_b = e_{A \rightarrow B} + Ri_b$

IV.27.a.

$$-m_b \omega^2 z_b = -kz_b - jf\omega z_b - 2\pi r_b N_b i_b B$$

$$u_b = B2\pi r_b N_b j\omega z_b + Ri_b$$

On en déduit :

$$z_b = i_b \frac{2\pi r_b N_b B}{-k + m_b \omega^2 - jf\omega}$$

$$u_b = \left(R + \frac{(2\pi r_b N_b B)^2 j\omega}{-k + m_b \omega^2 - jf\omega} \right) i_b = Z_b i_b$$

IV.27.b. On parle d'impédance motionnelle car elle est liée au mouvement du bloc de lecture. L'impédance motionnelle vaut : $\frac{2\pi r_b N_b B}{-k + m_b \omega^2 - jf\omega}$

Lecture de l'information

IV.28.a. $c = \lambda_0 f, \frac{c}{n} = \lambda_{poly} f$ on en déduit : $\lambda_0 = n \lambda_{poly}$.

IV.28.b. La différence de marche vaut : $\delta = 2 \times n h_c = \frac{\lambda_0}{2}$

IV.28.c. Les deux ondes ont une différence de marche égale à une demi longueur d'onde, elles sont donc en opposition de phase.

V. Mise en rotation du disque et frottements

V.1. Écoulement 1D

V.29.a. La viscosité dynamique est associée à Jean-Louis-Marie Poiseuille.

V.29.b. $1 \text{ Pl} = 1 \text{ Pa.s}$. Un poiseuille est donc égal à $1 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$.

V.29.c. $\mathcal{R}e = \frac{\mu_a v L}{\eta_a}$ où μ_a est la masse volumique du fluide, v est la vitesse caractéristique du fluide, L est une dimension caractéristique de l'objet et η_a est la viscosité du fluide. Ce nombre permet de caractériser l'écoulement, usuellement, on considère que si $\mathcal{R}e < 10^3$, on a un écoulement laminaire alors que si $\mathcal{R}e > 10^3$, on a un écoulement turbulent.

$$\text{V.29.d. } \mathcal{R}e = \frac{\mu_a v_{p0} h'}{\eta_a} = \frac{1,2 \times 5 \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 500$$

On a un écoulement plutôt de type laminaire.

V.30.a. On est en régime permanent donc $\frac{\partial \vec{v}_a}{\partial t} = 0$. Le terme de convection est

$$\text{nul : } \begin{pmatrix} v_x \frac{\partial}{\partial x} \\ v_y \frac{\partial}{\partial y} \\ v_z \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x(z) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

La pesanteur est négligeable donc $\mu_a \vec{g} \approx 0$, la pression est considérée comme uniforme donc $-\text{grad}(P) \approx 0$. Le dernier terme restant dans le membre de droite donne : $\eta_a \frac{\partial^2 v_x(z)}{\partial z^2} \vec{e}_x = 0$.

On en déduit :

$$\frac{\partial^2 v_x(z)}{\partial z^2} = 0$$

V.30.b. L'équation précédente indique que la vitesse a un profil linéaire : $v_x(z) = Az + B$.

Pour $\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h'$:

$$v_{x+} \left(h' + \frac{h}{2} \right) = 0 = A \left(h' + \frac{h}{2} \right) + B \quad (1)$$

et

$$v_{x+} \left(\frac{h}{2} \right) = v_{p0} = A \frac{h}{2} + B \quad (2)$$

$$(1)-(2) \text{ donne } Ah' = -v_{p0} \Rightarrow A = -\frac{v_{p0}}{h'}$$

$$(1) \text{ donne } B = \frac{v_{p0}}{h'} \left(h' + \frac{h}{2} \right)$$

$$\text{D'où : } v_{x+}(z) = \frac{v_{p0}}{h'} \left(h' + \frac{h}{2} - z \right) \text{ pour } \frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} + h'.$$

Pour $-\frac{h}{2} \geq z \geq -\frac{h}{2} - h'$:

$$v_{x-} \left(-h' - \frac{h}{2} \right) = 0 = A \left(-h' - \frac{h}{2} \right) + B \quad (3)$$

et

$$v_{x-} \left(-\frac{h}{2} \right) = v_{p0} = -A \frac{h}{2} + B \tag{4}$$

(3)-(4) donne $-Ah' = -v_{p0} \Rightarrow A = \frac{v_{p0}}{h'}$

(3) donne : $B = \frac{v_{p0}}{h'} \left(h' + \frac{h}{2} \right)$

D'où : $v_{x-}(z) = \frac{v_{p0}}{h'} \left(h' + \frac{h}{2} + z \right)$ pour $-\frac{h}{2} \geq z \geq -\frac{h}{2} - h'$.

V.30.c. $\overrightarrow{d^2F_+} = d^2S\eta_a \frac{\partial v}{\partial z} \vec{e}_x = -d^2S\eta_a \frac{v_{p0}}{h'} \vec{e}_x$. On vérifie que la force est orientée selon $-\vec{e}_x$.

V.30.d. $\overrightarrow{d^2F_-} = -d^2S\eta_a \frac{\partial v}{\partial z} \vec{e}_x = -d^2S\eta_a \frac{v_{p0}}{h'} \vec{e}_x$ (Le changement de signe dans l'expression initiale provient du fait que l'on regarde maintenant la force exercée par la partie **inférieure**.) On vérifie que la force est orientée selon $-\vec{e}_x$.

V.31. Écoulement 3D

V.31.a. $\overrightarrow{v_{M_+}} = \Omega_0 r \vec{e}_\theta$

V.31.b. Par analogie : $\overrightarrow{d^2F_+} = d^2S\eta_a \frac{\partial v}{\partial z} \vec{e}_\theta = -d^2S\eta_a \frac{r\Omega_0}{h'} \vec{e}_\theta$

V.31.c.

$$\overrightarrow{\Gamma_{frott}} = \int_0^{R_{ext}} \int_0^{2\pi} r \vec{e}_r \wedge 2d^2F_+ = - \int_0^{R_{ext}} \int_0^{2\pi} 2r^3 dr d\theta \eta_a \frac{\Omega_0}{h'} \vec{e}_z$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{frott}} = -4\pi \frac{\eta_a}{h'} \frac{R_{ext}^4}{4} \Omega_0 \vec{e}_z$$

V.31.d. $\overrightarrow{\Gamma_{frott}} = -a_{frott} \vec{\Omega}$ avec $a_{frott} = 4\pi \frac{\eta_a}{h'} \frac{R_{ext}^4}{4}$.

V.31.e. A.N. : $a_{frott} = 4\pi \frac{1,80 \cdot 10^{-5}}{1,50 \cdot 10^{-3}} \frac{(6,00 \cdot 10^{-2})^4}{4} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ N.m.s}$

FIN DE L'ÉPREUVE