

# Lumière, polarisation et magnétochiralité

## Corrigé

### I – Polarisation de la lumière

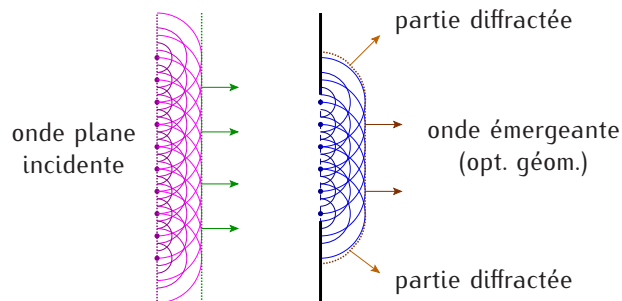
#### I.1 – Préliminaire

1 – Une **onde** est le phénomène physique correspondant à un **transfert d'information** d'un point à un autre **par les seules variations locales** de champs scalaires ou vectoriels (fonctions du point  $M$  et de l'instant  $t$ ).

Cette définition est bien cohérente avec le cas de la propagation de la lumière dans le vide : sa description ondulatoire usuelle repose sur un **signal**  $s(M, t)$  (approche scalaire) ou sur le **champ électromagnétique**  $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$  (approche vectorielle) et, dans le vide, la propagation est possible, le transfert d'information s'effectuant *via* un transfert d'énergie du champ, **sans nécessité d'un support matériel**.

2 – Dans son *Traité de la lumière* (1690), Huygens propose une description **ondulatoire** de la lumière formulée, avec le vocabulaire actuel, comme suit : lors de la propagation d'une onde monochromatique émise par une source primaire, tout point atteint par l'onde lumineuse se comporte comme une source ponctuelle (source secondaire), rayonnant une onde sphérique (**ondelette**) identique à celle que crée la source primaire en ce point secondaire ; la surface d'onde à une date ultérieure correspond à une enveloppe des surfaces d'onde créées par les sources secondaires.

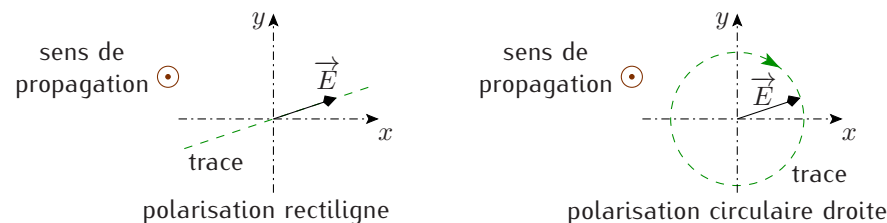
La figure suivante précise l'interprétation du phénomène de diffraction d'un faisceau lumineux parallèle par une ouverture avec ce modèle ondulatoire d'Huygens (les surfaces d'ondes résultantes sont en pointillés et les rayons  $y$  sont orthogonaux par théorème de Malus). Les ondelettes émises après l'ouverture permettent à l'onde de se propager dans une région qui ne correspond pas à celle de l'optique géométrique : il y a diffraction.



3 – Le concept de polarisation d'une onde lumineuse est rattaché au **caractère vectoriel** du champ électrique  $\vec{E}$  qu'on lui associe, typiquement pour une **onde plane transverse électrique**. La **direction de polarisation** d'une telle onde est la direction du champ électrique dans un plan d'onde donné à un instant donné.

La **polarisation rectiligne** est un état de polarisation particulier tel que la direction du champ électrique dans le plan d'onde considéré est **fixe** (voir la figure gauche suivante donnant la trace rectiligne de la pointe du vecteur champ électrique dans le plan d'onde).

La **polarisation circulaire droite** est un état de polarisation particulier tel que le champ électrique est en **rotation en sens horaire** dans le plan d'onde considéré, celui-ci étant regardé depuis le côté vers lequel l'onde se propage (voir la figure droite suivante donnant la trace circulaire de la pointe du vecteur champ électrique dans le plan d'onde).



Une **lumière non polarisée** est une lumière de direction de polarisation aléatoire.

Une **polarisation partielle** est obtenue par superposition d'une lumière polarisée avec une lumière non polarisée.

4 – La lumière émise par le Soleil est issue de **multiples désexcitations électroniques décorréliées entre elles**. Aucune direction de polarisation n'est en conséquence privilégiée et cette lumière **n'est pas polarisée**.

Afin d'obtenir un état de polarisation rectiligne (au moins partielle) à partir de la lumière solaire, on peut envisager l'un des quatre processus suivants (l'énoncé n'en demande volontairement que trois) :

- **Polarisation par absorption sélective** : des matériaux dichroïques, comme le *polaroid*, transmettent principalement une lumière de champ électrique suivant une direction donnée, la composante orthogonale étant absorbée. La qualité de l'absorption dépend de l'intervalle spectral (dans le cas du *polaroid*, l'absorption est bien meilleure dans le visible que dans les infrarouges). Avec de tels matériaux, on peut réaliser des polariseurs dichroïques.
- **Polarisation par réflexion** : lorsqu'une lumière non polarisée parvient sur une surface isolante, la lumière réfléchie présente un caractère plus ou moins polarisé rectilignement suivant la valeur de l'angle d'incidence. C'est au voisinage de l'angle de Brewster que la polarisation rectiligne est la meilleure, la **direction de polarisation étant orthogonale au plan d'incidence**. Dans le même temps, si le milieu réfléchissant n'est pas opaque, la lumière transmise présente un caractère partiellement polarisé (moins marqué que la lumière réfléchie).
- **Polarisation par diffusion** : une lumière incidente sur de la matière entraîne une excitation des charges qu'elle contient (typiquement les électrons) et celles-ci produisent un **rayonnement diffusé pouvant être au moins partiellement polarisé**. Dans le cadre de la diffusion Rayleigh par une seule charge accélérée suivant un axe  $\Delta$ ,

la polarisation de la lumière diffusée analysée en un point  $M$  d'observation est contenue dans le plan  $(M, \Delta)$ .

- **Polarisation par double réfraction (biréfringence)** : dans certains solides cristallins anisotropes, comme la calcite ou le quartz, un faisceau lumineux incident est **divisé en deux faisceaux d'états de polarisations rectilignes orthogonales (ordinaire et extraordinaire)**.

5 – Les lunettes de soleil à verres polarisants font intervenir deux **atténuateurs polariseurs rectilignes**, tous deux possédant un **axe de polarisation vertical**. Cela permet d'atténuer notablement toutes les composantes lumineuses de polarisation horizontale, dont celles issues des reflets sur la mer, le sol, la neige...

Les lunettes de cinéma en relief à verres polarisants ne sont pas constituées de la même façon. **Les deux verres sont obligatoirement de nature différente afin que chaque œil réceptionne une information lumineuse différente**. La génération la plus ancienne de telles lunettes fait intervenir **deux polariseurs rectilignes de directions orthogonales**; une génération plus récente utilise **deux polariseurs circulaires de sens contraires**, pour un meilleur confort (moins de maux de tête grâce à une moindre influence de l'inclinaison de la tête lors de la visualisation du film). Suivant le type de lunettes utilisé, la technique de projection est forcément différente.

## 1.2 – Onde électromagnétique polarisée dans le vide

6 – Les équations de Maxwell dans un domaine vide de charges et de courants ( $\rho = 0$  et  $\vec{j} = \vec{0}$ ) s'écrivent

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = 0} \quad (\text{MG}_0) \qquad \boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0} \quad (\text{M}\Phi)$$

$$\boxed{\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (\text{MF}) \qquad \boxed{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}} \quad (\text{MA}_0)$$

L'équation  $(\text{MG}_0)$  signifie que **le champ électrique est à flux conservatif en l'absence de charges**.

L'équation  $(\text{M}\Phi)$  traduit l'absence de monopôle magnétique et donne accès à la **conservativité du flux du champ magnétique**.

L'équation  $(\text{MF})$  montre qu'**un champ électrique est induit par un champ magnétique variable dans le temps** et donne accès à la loi de Faraday.

L'équation  $(\text{MA}_0)$  montre qu'**un champ magnétique est générable dans le vide par des courants de déplacement seuls**.

7 – On se place dans le vide (pas de sources). Alors, en prenant le rotationnel de l'équation de Maxwell-Faraday et en combinant le résultat avec l'équation de Maxwell-Gauss, on tire

$$\boxed{\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

En prenant le rotationnel de l'équation de Maxwell-Ampère et en combinant le résultat avec l'équation de Maxwell-flux, on tire

$$\boxed{\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

Il s'agit d'**équations de propagation de d'Alembert**.

8 – La phase propagative de l'onde est  $\omega t - kz$  avec  $k > 0$  donc elle **se propage dans la direction de l'axe  $(Oz)$  et dans le sens des  $z$  croissants**.

L'onde est **progressive** puisque son profil reste inchangé au cours de la propagation (simple translation).

L'onde est **plane** puisque sur un plan d'onde  $z = \text{Cte}$  à  $t$  fixé, l'amplitude du champ électrique ne varie pas.

L'onde est **transverse électrique** en raison de l'orthogonalité du champ électrique avec la direction de propagation.

9 – L'injection du champ électrique  $\vec{E}_-$  dans l'équation de d'Alembert donne accès, après simplifications élémentaires et compte tenu de  $k > 0$ , à la **relation de dispersion**

$$\boxed{k = \omega/c}$$

*Remarque : l'équation  $(\text{MG}_0)$  est bien vérifiée par le champ électrique  $\vec{E}_-$ ...*

10 – La **vitesse de phase d'une onde monochromatique avec phase propagative est la vitesse de déplacement dans l'espace des surfaces équiphases de l'onde (ou surfaces d'onde)**.

En l'occurrence, une valeur  $\phi_0$  de la phase en  $(z, t)$  « glisse » en  $(z + dz, t + dt)$  avec  $\phi_0 = \omega t - kz = \omega(t + dt) - k(z + dz)$

donc la vitesse de phase, correspondant à  $dz/dt$ , s'écrit

$$\boxed{v_\varphi = \frac{\omega}{k}}$$

Compte tenu de la question précédente, il vient pour l'onde étudiée

$$\boxed{v_\varphi = c}$$

Cette vitesse étant indépendante de la pulsation  $\omega$ , **la propagation n'est pas dispersive**.

11 – L'onde est polarisée car le champ électrique décrit dans un plan d'onde fixé une courbe particulière non aléatoire. Cette courbe étant un cercle, la polarisation est dite circulaire et, le sens de parcours étant trigonométrique en regardant l'onde venir vers soi, l'onde est dite **polarisée circulairement gauche (état -)**.

12 – Le changement de signe entraîne un simple changement du sens de polarisation. Par conséquent, l'onde est **polarisée circulairement droite (état +)**.

## II – Polarisation rotatoire et activité optique

### II.1 – Passage d'une onde polarisée par un milieu à indice

13 – On traduit la continuité des composantes du champ électrique en  $z = 0$  :

$$E_0 \cos \omega t = E'_{0,a} \cos(\omega t - \varphi_a)$$

et

$$E_0 \sin \omega t = E'_{0,b} \sin(\omega t - \varphi_b).$$

Ces relations sont valables pour tout instant  $t$  et on suppose  $E_0$  non nulle. Par conséquent, on tire

$$E'_{0,a} = E'_{0,b} = E_0$$

et

$$\varphi_a = \varphi_b = 0$$

14 – Puisque  $v_{\varphi,-} = c/n_- = \omega/k'_-$ , on obtient

$$k'_- = n_- \frac{\omega}{c} = n_- k$$

15 – Par continuité du champ électrique en  $z = d$ , le champ  $\vec{E}''_-(d, t)$  n'a pas de composante suivant  $\vec{e}_z$ . De plus, la symétrie de révolution autour de l'axe ( $Oz$ ) permet de prévoir que l'onde émergente se propage suivant la direction ( $Oz$ ). En éliminant tout champ statique non propagatif, il est raisonnable de rechercher le champ en sortie sous la forme d'une onde électromagnétique plane progressive monochromatique

$$\vec{E}''_-(z, t) = E''_{0,a} \cos(\omega t - k(z - d) - \varphi''_a) \vec{e}_x + E''_{0,b} \sin(\omega t - k(z - d) - \varphi''_b) \vec{e}_y$$

qui vérifie la relation de dispersion  $k = \omega/c$  (vide). On écrit alors la continuité de l'onde en  $z = d$  :

$$E_0 \cos(\omega t - k'_- d) = E''_{0,a} \cos(\omega t - \varphi''_a)$$

et

$$E_0 \sin(\omega t - k'_- d) = E''_{0,b} \sin(\omega t - \varphi''_b).$$

Ceci étant vérifié à tout instant, on en déduit que la forme proposée par l'énoncé est correcte, pourvu que

$$E''_{0,a} = E''_{0,b} = E_0$$

16 – L'onde obtenue est toujours de polarisation circulaire gauche. Il n'y a pas de transfert d'énergie au milieu (intensité de l'onde émergente identique à celle de l'onde incidente). Cela n'est pas surprenant car **aucun phénomène d'absorption et de réflexion n'a été pris en compte** dans l'étude.

### II.2 – Théorie cinématique de Fresnel

17 – On procède exactement de la même façon que précédemment et on trouve

$$\vec{E}''_+(z, t) = E_0 \cos(\omega t - k(z - d) - k n_+ d) \vec{e}_x - E_0 \sin(\omega t - k(z - d) - k n_+ d) \vec{e}_y$$

La polarisation de l'onde est conservée : elle est circulaire droite.

18 – L'onde polarisée rectilignement incidente peut s'écrire simplement

$$\vec{E}(z \leq 0, t) = 2 E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x = \vec{E}''_-(z \leq 0, t) + \vec{E}''_+(z \leq 0, t)$$

Cette décomposition en deux ondes polarisées circulairement en sens contraires est utilisable dans la suite **car le milieu est linéaire**.

19 – La linéarité autorise la superposition des résultats des champs sortants  $\vec{E}''_-$  et  $\vec{E}''_+$ . Ainsi, le champ en sortie est

$$\vec{E}''(z \geq d, t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t - k(z - d) - k n_- d) + \cos(\omega t - k(z - d) - k n_+ d) \\ \sin(\omega t - k(z - d) - k n_- d) - \sin(\omega t - k(z - d) - k n_+ d) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

En factorisant les fonctions trigonométriques, on obtient

$$\vec{E}''(z \geq d, t) = 2 E_0 \begin{pmatrix} \cos \left[ k \frac{n_+ - n_-}{2} d \right] \cos \left[ \omega t - k(z - d) - k \frac{n_+ + n_-}{2} d \right] \\ \sin \left[ k \frac{n_+ - n_-}{2} d \right] \cos \left[ \omega t - k(z - d) - k \frac{n_+ + n_-}{2} d \right] \\ 0 \end{pmatrix}$$

On reconnaît une onde polarisée rectilignement dont la direction de polarisation a tourné d'un angle

$$\beta = \frac{\omega d}{2c} (n_+ - n_-)$$

par rapport à l'onde incidente. **Sur la figure à effectuer, cet angle doit être orienté en accord avec l'axe ( $Oz$ ).**

20 – En regardant la phase de l'onde  $\vec{E}''$  en  $z = d$ , on déduit simplement le résultat.

### II.3 – Expérience de polarimétrie avec du limonène

21 – On peut s'assurer que le polariseur  $\mathcal{P}$  et l'analyseur  $\mathcal{A}$  sont initialement croisés en vérifiant que, la cuve vide ou ôtée, le faisceau est éteint après l'analyseur.

22 – D'après la formule précédente issue de la théorie cinématique de Fresnel, on a

$$n_+ - n_- = \frac{2c}{\omega d} \beta = \frac{\lambda_{\mathcal{F}}}{\pi d} \beta$$

et l'incertitude associée est obtenue par formule de propagation (en supposant les erreurs indépendantes)

$$\Delta(n_+ - n_-) = \frac{\lambda_{\mathcal{F}}}{\pi d} |\beta| \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda_{\mathcal{F}}}{\lambda_{\mathcal{F}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)^2}.$$

Numériquement,

$$n_+ - n_- = (3,11 \pm 0,08) \times 10^{-6}$$

Cette valeur, déterminée avec une bonne précision (environ 2,5 %) est **extrêmement faible comparativement à l'indice moyen. Néanmoins, l'effet de polarisation rotatoire est bien visible !**

23 – L'expérience ne donne pas forcément directement accès à l'angle  $\beta$  par la rotation de l'analyseur : on peut *a priori* aussi avoir l'un des angles  $\beta$  **modulo 180°**.

Afin de valider le choix particulier de modulo effectué pour  $\beta$  avec l'hypothèse ( $\mathcal{H}$ ), il convient de **reprendre l'expérience de polarimétrie pour d'autres valeurs de longueur intérieure  $d$  de cuve**. Par exemple, si l'on réduit  $d$  d'un facteur 2, on doit obtenir un angle de rotation de l'analyseur deux fois plus faible...

24 – Le milieu étudié **peut être dispersif** : les indices optiques peuvent dépendre de la longueur d'onde incidente, donc l'angle  $\beta$  aussi... L'intérêt du filtre est de fixer la longueur d'onde (dans le visible), donc  $\beta$ , et d'en déduire précisément la biréfringence circulaire pour celle-ci.

On peut remplacer la source de lumière blanche par une **lampe spectrale à vapeur de sodium** dont le doublet spectral se situe bien dans la bande passante (dans le visible) du filtre interférentiel.

### III – Biréfringence circulaire naturelle d'un milieu chiral

#### III.1 – Équation d'onde

25 – On peut citer, par exemple, la **loi de Fourier**  $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$  en diffusion thermique, la **loi de Fick**  $\vec{j}_n = -D \overrightarrow{\text{grad}} n$  en diffusion particulaire *etc.*

L'équation constitutive du vecteur densité de polarisation est linéaire car elle ne fait intervenir que des **opérateurs linéaires** (on peut appliquer le théorème de superposition).

26 – Le vecteur densité de polarisation  $\vec{P}$  est la **densité volumique de moment dipolaire électrique évaluée sur une échelle mésoscopique et s'exprime en C.m<sup>-2</sup>**. Autrement dit, un élément de volume  $d\tau$  placé en un point  $M$  quelconque, à un instant  $t$  quelconque, présente un moment dipolaire électrique de  $\vec{p}(M, t)$  tel que

$$\vec{P}(M, t) = \frac{d\vec{p}(M, t)}{d\tau}$$

Par simple analyse dimensionnelle de l'équation constitutive, il vient

$$[\chi] = 1 \quad \text{et} \quad [\gamma^L] = L$$

Le coefficient  $\chi$  est la **susceptibilité électrique** du milieu.

27 – Considérons des porteurs de charge regroupés par familles (densités numériques  $n_i$ , charges  $q_i$ , déplacements moyens  $\vec{\delta}_i$ ). Alors, le vecteur densité de polarisation s'écrit

$$\vec{P} = \sum_i n_i q_i \vec{\delta}_i.$$

Par dérivation,

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \sum_i n_i q_i \frac{d\vec{\delta}_i}{dt}$$

et on reconnaît effectivement l'expression du vecteur densité de courant associé aux porteurs (il s'agit en fait, dans le milieu diélectrique, de porteurs liés).

28 – La dérivée temporelle de l'équation de Maxwell-Ampère est

$$\frac{\partial}{\partial t} [\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}] = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

On introduit l'expression de  $\vec{P}$  et on sait d'après l'équation de Maxwell-Flux associée à celle de Maxwell-Gauss que le premier membre vaut  $\Delta \vec{E}$ , d'où l'on tire

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ (1 + \chi) \vec{E} + \gamma^L \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} \right]$$

puisque  $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ .

L'équation d'onde obtenue est **réversible car invariante par changement de  $t$  en  $-t$** .

#### III.2 – Indices et biréfringence circulaire naturelle dans le visible

29 – L'indice optique relativement au champ proposé est  $n_{\pm}^L = c/v_{\varphi, \pm}^L$  avec la vitesse de phase  $v_{\varphi, \pm}^L = \omega/k_{\pm}^L$ . Par conséquent, en posant  $k = \omega/c$ , il vient bien

$$n_{\pm}^L = \frac{k_{\pm}^L}{k}$$

On injecte le champ proposé dans l'équation d'onde et on tombe sur la relation de dispersion

$$(k_{\pm}^L)^2 = k^2 (1 + \chi) + k^2 \gamma^L k_{\pm}^L,$$

d'où

$$(n_{\pm}^L)^2 = 1 + \chi + \gamma^L k n_{\pm}^L$$

Pour une onde d'état – se propageant en sens opposé, la relation est inchangée car le sens de propagation ne joue pas sur l'équation constitutive du milieu.

30 – Dans le visible,  $\omega \simeq 3.10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , donc

$$\gamma^L k \sim 10^{-5} \ll 1.$$

Par conséquent, en négligeant le terme d'ordre 2 en  $\gamma^L k$ , le discriminant du trinôme vérifié par  $n_{\pm}^L$  (voir question précédente) est

$$\Delta \simeq 4(1 + \chi)$$

et l'indice cherché (de valeur positive) est finalement

$$n_{-}^L(\omega) \simeq n(\omega) + \frac{\gamma^L(\omega)}{2} k \quad \text{avec} \quad n(\omega) = \sqrt{1 + \chi(\omega)}$$

31 – L'indice optique relativement au champ proposé est à présent (selon le même principe que précédemment)

$$n_{+}^L = \frac{k_{+}^L}{k}.$$

En injectant le champ proposé dans l'équation d'onde, on tombe sur la relation de dispersion

$$(k_{+}^L)^2 = k^2(1 + \chi) - k^2 \gamma^L k_{+}^L,$$

d'où

$$(n_{+}^L)^2 = 1 + \chi - \gamma^L k n_{+}^L.$$

Force est de constater que l'on peut appliquer le même raisonnement qu'à la question précédente en changeant simplement le signe devant  $\gamma^L$ . Cela permet bien de conclure que

$$n_{+}^L(\omega) \simeq n(\omega) - \frac{\gamma^L(\omega)}{2} k$$

*Remarque : on retrouve le même résultat en considérant l'onde précédente de champ  $\vec{E}_{-}$  mais régressive ( $k_{-}^L < 0$ ), puisque celle-ci admet alors l'état + de polarisation...*

32 – On estime l'ordre de grandeur de la biréfringence circulaire naturelle, en valeur absolue :

$$|\Delta n^L(\omega)| = |\gamma^L(\omega)| k \sim 10^{-5}$$

Le résultat obtenu reste faible, au même titre que pour la biréfringence circulaire du R-(+)-limonène étudié dans la partie précédente...

### III.3 – Cas d'un milieu chiral de type (D)

33 – Les indices optiques vérifient (en notation combinée)

$$n_{\pm}^D(\omega) = n_{\mp}^L(\omega)$$

et

$$\Delta n^D(\omega) = -\Delta n^L(\omega)$$

Ce résultat est cohérent avec le changement de sens de rotation de la polarisation rotatoire dans des milieux chiraux images.

## IV – L'effet de magnétochiralité

### IV.1 – Théorème de Larmor

34 – Un référentiel galiléen est un référentiel défini *via* le principe de l'inertie : un référentiel est galiléen si toute particule isolée ou pseudo-isolée admet un mouvement rectiligne uniforme par rapport à celui-ci.

35 – L'équation du mouvement de l'électron dans le référentiel tournant  $\mathcal{R}'$  est

$$m \left( \frac{d\vec{v}'}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \vec{F} - e \vec{v}' \wedge \vec{B}_u - 2m \vec{\omega}_{La} \wedge \vec{v}' - m \vec{\omega}_{La} \wedge (\vec{\omega}_{La} \wedge \vec{OM})$$

soit

$$m \left( \frac{d\vec{v}'}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \vec{F} - m \vec{\omega}_{La} \wedge (\vec{\omega}_{La} \wedge \vec{OM})$$

ou encore, en exploitant le rayon  $R$  et en notant  $\vec{e}_r$  le vecteur unitaire radial,

$$m \left( \frac{d\vec{v}'}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = \vec{F} + m \omega_{La}^2 R \vec{e}_r$$

36 – L'équation du mouvement de l'électron dans le référentiel  $\mathcal{R}$  en l'absence du champ magnétique  $\vec{B}_u$  est

$$m \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \vec{F}$$

37 – Ces deux équations du mouvement sont formellement identiques si la force d'inertie d'entraînement est négligeable devant le champ de force  $\vec{F}$ .

Dans le modèle de Bohr, pour l'orbite fondamentale,

$$R \simeq 0,1 \text{ nm}$$

et la condition d'identification s'écrit, en raisonnant avec les ordres de grandeur,

$$\frac{m \omega_{La}^2 R}{F} \ll 1$$

soit

$$m \omega_{La}^2 R \ll \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

donc

$$|B_u| \ll \sqrt{\frac{m}{\pi \epsilon_0 R^3}} = 2 \times 10^5 \text{ T}$$

Cette condition est donc bien largement vérifiée au regard des intensités maximales des champs magnétiques statiques réalisables en laboratoire (de l'ordre de  $10^2$  T).

38 – La réponse découle naturellement du traitement qui précède, vu que le référentiel  $\mathcal{R}'$  est rotation à  $\vec{\omega}_{L,a}$  par rapport à  $\mathcal{R}$ ...

## IV.2 – Indices d'un milieu chiral en champ magnétique

39 – Considérons une onde  $\vec{E}_-$  se propageant dans le sens des  $z$  croissants ( $\vec{u} = \vec{e}_z$ ). D'après le théorème de Larmor, on peut remplacer l'effet du champ magnétique statique sur les électrons des atomes par une précession à  $\vec{\omega}_L$ . Cela revient à considérer que l'excitation du milieu avec champ  $\vec{B}_0$  par l'onde « tournant » à  $\omega \vec{e}_z$ , est analogue à celle du milieu sans champ par une onde « tournant » à  $\omega' \vec{e}_z = (\omega - \omega_L) \vec{e}_z$ . Dans ce cas, on peut donc prendre l'indice  $n_-^L(\omega - \omega_L)$ .

Si l'on considère une onde  $\vec{E}_+$  se propageant dans le sens des  $z$  croissants ( $\vec{u} = \vec{e}_z$ ), le raisonnement est analogue mais on doit utiliser  $\omega'' \vec{e}_z = (\omega + \omega_L) \vec{e}_z$  (sens opposé de polarisation), donc  $n_+^L(\omega + \omega_L)$ .

Si l'on renverse les sens de propagation, la démarche est identique et on obtient bien les décalages de pulsation annoncés.

D'après le résultat proposé, on constate que le décalage de pulsation n'est pas à appliquer à l'expression de  $k$ . Cette subtilité est liée au fait que le vecteur d'onde, suivant  $\vec{e}_z$ , est le même dans  $\mathcal{R}$  et dans  $\mathcal{R}'$ .

40 – Dans le domaine visible, la pulsation de l'onde est de l'ordre de  $10^{15}$  rad · s<sup>-1</sup>, donc on peut considérer que  $|\omega_L| \ll \omega$  dès lors que

$$B_0 \ll \frac{2m\omega}{e} \sim 10^4 \text{ T.}$$

Pour les champs magnétiques  $\vec{B}_0$  appliqués en laboratoire, cette condition est largement vérifiée donc il est raisonnable de développer l'expression de l'indice à l'ordre 1 en  $\omega_L$ , ce qui conduit au résultat demandé.

## IV.3 – Termes d'activité optique ; terme magnétochiral

41 – Le terme qui caractérise l'activité optique naturelle par effet de chiralité est

$$n_{\pm}^{Ty,c} = \mp \frac{\omega \gamma^{Ty}(\omega)}{2c}$$

Le terme qui caractérise l'activité optique magnétique (terme de Faraday) est

$$n_{\pm}^m = \pm \omega_L \frac{dn(\omega)}{d\omega}$$

Le terme magnétochiral s'appelle ainsi car il traduit une modification de l'indice optique par « couplage » entre le champ magnétique et la chiralité :

$$n^{Ty,mc} = -\frac{\omega \omega_L}{2c} \frac{d\gamma^{Ty}(\omega)}{d\omega}$$

42 – Le terme magnétochiral ne dépend pas du sens de l'état de polarisation circulaire car son signe est figé (ce n'est pas le cas des deux termes d'activité optique...). L'expérience de polarimétrie ne peut donc permettre d'accéder qu'aux termes d'activité optique et non au terme magnétochiral puisque ce dernier disparaît dans la différence des indices optiques des états + et - évaluée *via* la mesure de l'angle  $\beta$ .

43 – Le terme magnétochiral dépend du sens de propagation de l'onde polarisée circulairement relativement au champ magnétique puisque  $\omega_L$  change de signe en renversant  $\vec{B}_0$ . Il en va de même pour le terme de Faraday, mais pas pour celui d'activité optique naturelle (ce qui est somme toute logique).

## IV.4 – Ordres de grandeur pour le limonène

44 – Pour le champ magnétique proposé, il vient l'ordre de grandeur, en valeur absolue, du terme de Faraday

$$|n_{\pm}^m| \sim 10^{-6}$$

45 – Le terme magnétochiral est, en valeur absolue,

$$|n_{\pm}^{L,mc}| = \left| \frac{\omega \omega_L}{2c} \frac{d\gamma^L(\omega)}{d\omega} \right|$$

et on doit expliciter le terme  $\frac{d\gamma^L(\omega)}{d\omega}$ . Pour ce faire, on sait qu'en l'absence de champ magnétique

$$\beta = \frac{\omega d}{2c} (n_+^L - n_-^L) = -\frac{\omega d}{2c} \gamma^L(\omega) k = -\frac{\omega^2 d}{2c^2} \gamma^L(\omega)$$

donc, par différentielle logarithmique,

$$\frac{d\beta}{\beta} = 2 \frac{d\omega}{\omega} + \frac{d\gamma^L}{\gamma^L}$$

ce qui donne

$$\frac{d\gamma^L}{d\omega} = \gamma^L \left[ \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\omega} - \frac{2}{\omega} \right].$$

Par conséquent, il vient

$$|n_{\pm}^{L,mc}| = \left| \frac{\omega \omega_L}{2c} \gamma^L \left[ \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\omega} - \frac{2}{\omega} \right] \right| = \left| -\frac{\omega_L c \beta}{\omega d} \left[ \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\omega} - \frac{2}{\omega} \right] \right|.$$

Par passage aux longueurs d'onde, étant donné que

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad \text{et} \quad \frac{d\lambda}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c},$$



on tire

$$|n_{\pm}^{L,mc}| = \left| \frac{\omega_L \beta \lambda^2}{2\pi^2 c d} \left[ \frac{\lambda}{2\beta} \frac{d\beta}{d\lambda} + 1 \right] \right|.$$

La figure permet d'accéder en  $\lambda \simeq 600 \text{ nm}$  à  $\beta \simeq 95^\circ$  et à la pente

$$\frac{d\beta}{d\lambda} \simeq -0,3 \text{ }^\circ/\text{nm} \simeq -5 \times 10^6 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}.$$

L'application numérique fournit finalement l'ordre de grandeur

$$|n_{\pm}^{L,mc}| \sim 10^{-12}$$

Puisque  $|n_{\pm}^{L,c}| \sim |n_{\pm}^m| \sim 10^{-6}$  dans les mêmes conditions, force est de constater que ce résultat approché « grossier » montre que le **terme de magnétochiralité est extrêmement faible devant les deux termes d'activité optique et ne doit pas être simple à détecter.**

## V – Comment détecter l'effet de magnétochiralité ?

### V.1 – Réalisation du champ magnétique

46 – On peut supposer que le champ magnétique au cœur du solénoïde est quasi-uniforme et s'identifie au champ magnétique d'un solénoïde infini :

$$B_0 = \mu_0 n_s I$$

avec  $n_s = 1/d_s$  le nombre de spire par unité de longueur. Pour atteindre  $B_0 = 1 \text{ T}$ , il faut donc que

$$I = \frac{d_s B_0}{\mu_0} = 8 \times 10^2 \text{ A}$$

Il s'agit d'un courant très important !

47 – La résistance du fil est  $R = \frac{1}{\sigma} \frac{n_s L_s 2\pi (D_s/2)}{\pi (d_s/2)^2}$

donc

$$R = \frac{4 D_s L_s}{\sigma d_s^3} = 0,3 \text{ } \Omega$$

La puissance dissipée par effet Joule par le solénoïde est

$$\mathcal{P}_J = RI^2 = 0,2 \text{ MW}$$

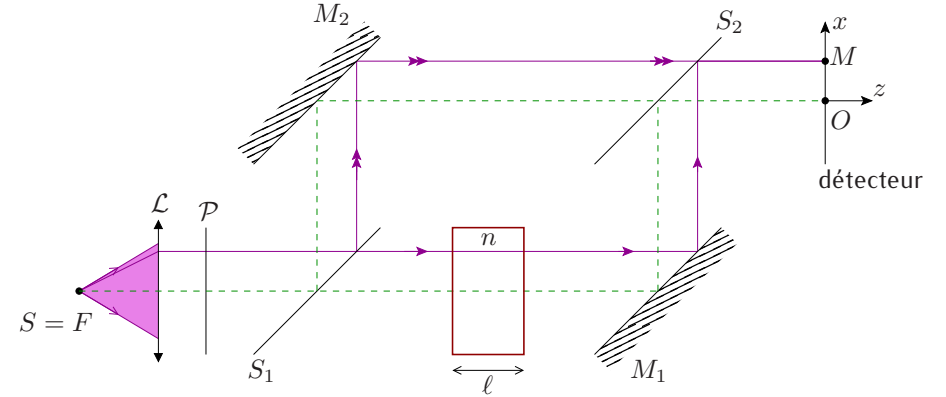
**Une telle puissance est énorme** (cela correspond à la puissance d'une centaine de radiateurs électriques de 2 kW!) **et la fonte du fil, de faible diamètre, est certaine !**

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour améliorer le dispositif et le rendre utilisable. On peut par exemple **ajouter un noyau de fer doux avec entrefer** au niveau de la zone libre voulue pour réduire l'intensité du courant nécessaire (en profitant de la forte perméabilité magnétique du fer doux). On peut aussi faire appel à un **fil en état supraconducteur**. Dans tous les cas, il faut faire appel à un système de régulation de

température pour contrôler la température de la zone libre (et pour maintenir le fil dans son état supraconducteur si l'on retient cette méthode).

### V.2 – Interféromètre de Mach-Zehnder

48 – La représentation attendue est la suivante :



L'intensité optique détectée **ne dépend pas de  $x$**  puisque les retards de phase relatifs à chaque bras de l'interféromètre ne dépendent pas du trajet suivi.

49 – Les intensités propres à chaque faisceau issu de chaque bras de l'interféromètre sont identiques et valent  $I_{\text{propre}} = r_a^2 t_s^2 |r_m|^2 I_0$ . Ces faisceaux sont cohérents entre eux donc la formule de Fresnel des interférences à deux ondes fournit

$$I_z(\varphi) = I_0' (1 + \cos \varphi) \quad \text{avec} \quad I_0' = 2 r_a^2 t_s^2 |r_m|^2 I_0 \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n - 1) \ell$$

On peut bien entendu proposer un déphasage  $\varphi$  entre les ondes issues des deux bras avec le signe opposé (cela dépend du bras de référence choisi et ne modifie pas le résultat final). De plus, la démonstration pouvait aussi être effectuée en repartant de la sommation des amplitudes vibratoires des ondes issues de chaque bras.

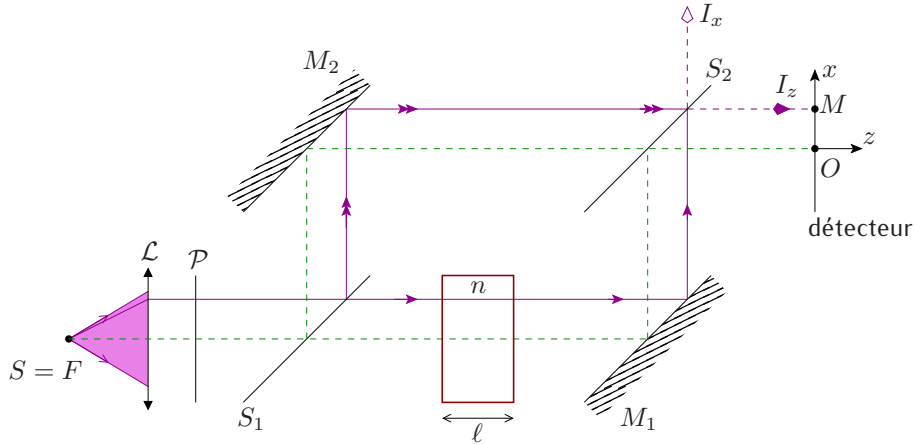
50 – La figure qui suit schématise la distinction des intensités  $I_x$  et  $I_z$ . Cette fois-ci, les intensités propres des faisceaux émergents depuis chaque bras dans la direction  $(Ox)$  considérée sont différentes et valent

$$I_{\text{propre},1} = t_s^4 |r_m|^2 I_0 \quad \text{et} \quad I_{\text{propre},2} = r_a^2 r_b^2 |r_m|^2 I_0 = r_a^4 |r_m|^2 I_0.$$

Ces faisceaux sont cohérents entre eux donc la formule de Fresnel des interférences à deux ondes fournit (en utilisant  $r_b = -r_a$  et en pensant que le signe  $-$  entraîne un déphasage supplémentaire de  $\pi$ )

$$I_x(\varphi) = I_0'' (1 - \mathcal{V} \cos \varphi) \quad \text{avec} \quad I_0'' = |r_m|^2 (t_s^4 + r_a^4) I_0 \quad \text{et} \quad \mathcal{V} = \frac{2 t_s^2 r_a^2}{t_s^4 + r_a^4}$$

On pouvait aussi raisonner en repartant de la sommation des amplitudes vibratoires des ondes issues de chaque bras...



La conservation de l'énergie lumineuse est assurée si la somme des intensités émergentes par la seconde séparatrice est égale à l'intensité  $I_0$  initialement divisée par la première séparatrice. Autrement dit, on doit avoir pour tout  $\varphi$

$$I_z(\varphi) + I_x(\varphi) = I_0.$$

Or, avec les expressions précédentes de  $I_z(\varphi)$  et  $I_x(\varphi)$ ,

$$I_z(\varphi) + I_x(\varphi) = |r_m|^2 (t_s^2 + r_a^2)^2 I_0$$

et les deux conditions de l'énoncé, à savoir  $|r_m| = 1$  et  $t_s^2 + r_a^2 = 1$ , conduisent effectivement à la conservation de l'énergie lumineuse.

Ces deux conditions sont logiques : la première traduit la **conservation de l'énergie lumineuse à chaque réflexion sur les miroirs** (miroirs parfaits) et la seconde traduit la **conservation de l'énergie lumineuse divisée au niveau de chaque séparatrice** (pour toute face car  $r_a^2 = r_b^2$ ).

### V.3 – Évaluation d'une méthode interférométrique passive

51 – Le raisonnement est analogue à celui de la question 49, avec des déphasages identiques introduits dans les bras, ce qui revient au même que de prendre  $\varphi = 0$  donc

$$I(M) = 2 I_0' = 4 r_a^2 t_s^2 |r_m|^2 I_0$$

L'intensité est **uniforme** sur le champ d'interférences intercepté par le détecteur et **il y a interférence** puisqu'elle n'est pas égale à la somme des intensités propres des faisceaux issus des deux bras et superposés.

52 – Pour la cuve  $C_1$ , l'angle de rotation de la polarisation rectiligne est (en posant  $\omega$  la pulsation de la lumière)

$$\beta_1 = \frac{\omega d_i}{2c} (n_{1,+} - n_{1,-}) = \frac{\omega d_i}{c} (n_c + n_m).$$

De même, pour  $C_1'$ ,

$$\beta_1' = -\frac{\omega d_i}{c} (n_c + n_m) = -\beta_1.$$

Par conséquent, le faisceau conserve une polarisation orthogonale au plan de la figure après la cuve  $C_1'$  et il en est de même après la cuve  $C_2'$  (par un raisonnement similaire).

Les ondes issues de chaque bras de l'interféromètre sont donc **parfaitement cohérentes en polarisation**. Sans les cuves  $C_1'$  et  $C_2'$ , il n'en serait pas de même en raison des rotations  $\beta_1 \neq 0$  et  $\beta_2 \neq 0$  et des réflexions ultérieures et on risquerait fort de perdre en sensibilité pour la mesure voulue...

53 – Compte tenu de la partie II, le chemin optique dans les cuves  $C_1$ ,  $C_1'$ ,  $C_2$  et  $C_2'$  sont respectivement

$$(\Delta_1) = \frac{n_{1,+} + n_{1,-}}{2} d_i = (n_0 + n_{mc}) d_i,$$

$$(\Delta_1') = \frac{n_{1',+} + n_{1',-}}{2} d_i = (n_0 + n_{mc}) d_i,$$

$$(\Delta_2) = \frac{n_{2,+} + n_{2,-}}{2} d_i = (n_0 - n_{mc}) d_i,$$

$$(\Delta_2') = \frac{n_{2',+} + n_{2',-}}{2} d_i = (n_0 - n_{mc}) d_i.$$

et

La différence de marche est encore une fois uniforme sur le détecteur et vaut (en raisonnant pour le bras 1 par rapport au bras 2)

$$\delta = (\Delta_1) + (\Delta_1') - (\Delta_2) - (\Delta_2') = 4 n_{mc} d_i$$

La différence de marche ne dépend que de  $d_i$  (connue) et du terme de magnétochiralité  $n_{mc}$  recherché ! On arrive à écarter par ce dispositif les rôles éventuels des autres indices optiques. Ce sont les cuves  $C_2$  et  $C_2'$  qui permettent cela (effet de compensation).

54 – L'intensité obtenue sur le détecteur sans champ magnétique est  $I_1 = 2 I_0'$  et, avec champ magnétique,

$$I_2 = 2 \frac{2 I_0'}{4} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right] = I_0' \left[ 1 + \cos \left( \frac{8\pi n_{mc} d_i}{\lambda} \right) \right].$$

On en déduit la variation relative d'intensité

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \frac{8\pi n_{mc} d_i}{\lambda} \right) - 1 \right] \sim -10^{-11}$$

Il s'agit d'un ordre de grandeur **extrêmement faible** rendant la détermination du terme magnétochiral fort difficile par ce procédé !



## V.4 – Évaluation d'une méthode interférométrique active

55 – Un laser à cavité linéaire dispose d'une **cavité stable à deux miroirs** dans laquelle est disposée un **milieu amplificateur** permettant le processus d'**émission stimulée** suite à l'**inversion de population** obtenue, par exemple, par **pompage optique** (le laser est alimenté!). La lumière effectue des allers-retours dans la cavité et passe au travers du milieu amplificateur, ce qui lui procure un gain de puissance jusqu'à effet de saturation. Elle peut sortir de la cavité par exemple grâce à une partie semi-réfléchissante.

Toutes les fréquences ne sont pas permises dans une cavité de longueur  $L_c$ , celle-ci se comportant de façon analogue à une cavité Fabry-Pérot. On récupère très majoritairement les modes de fréquences vérifiant nécessairement la **condition de constructivité des interférences internes à la cavité** :

$$2 L_c = p \lambda_p \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{N}^* .$$

Puisque  $\lambda_p = \frac{c}{\nu_p}$ , on déduit bien

$$\boxed{\nu_p = p \frac{c}{2 L_c}}$$

56 – De même qu'à la question précédente, on traduit la condition de constructivité sur un tour, d'où

$$\boxed{\lambda = \frac{L_a}{q}}$$

La valeur de l'entier  $q$  (numéro de mode) est fixée par le système étalon  $\mathcal{E}$ .

57 – Le chemin optique sur un tour dans le sens horaire est

$$(\Delta)_h = L_a - 2 d_i + (\Delta_{1,h}) + (\Delta_{1',h})$$

soit

$$(\Delta)_h = L_a - 2 d_i + 2 (n_0 + n_{mc}) d_i$$

Par condition de constructivité,  $(\Delta)_h = q_h \lambda_h$  avec  $q_h$  entier (numéro de mode) tel que  $\lambda_h$  soit voisin de  $\lambda$ . Ainsi,

$$\boxed{\lambda_h = \frac{L_a - 2 d_i + 2 (n_0 + n_{mc}) d_i}{q_h}}$$

58 – Le chemin optique sur un tour dans le sens trigonométrique est

$$(\Delta)_t = L_a - 2 d_i + (\Delta_{1,t}) + (\Delta_{1',t})$$

soit

$$(\Delta)_t = L_a - 2 d_i + 2 (n_0 - n_{mc}) d_i$$

Par condition de constructivité,  $(\Delta)_t = q_t \lambda_t$  avec  $q_t$  entier (numéro de mode) tel que  $\lambda_t$  soit voisin de  $\lambda$ . Ainsi,

$$\boxed{\lambda_t = \frac{L_a - 2 d_i + 2 (n_0 - n_{mc}) d_i}{q_t}}$$

59 – Il vient, compte tenu de  $q_h = q_t = q = L_a/\lambda$ , le décalage en longueur d'onde

$$\boxed{\Delta \lambda = \lambda_h - \lambda_t = \frac{4 n_{mc} d_i \lambda}{L_a}}$$

60 – Puisque  $|n_{mc}| \sim 10^{-11}$ ,  $|\Delta \lambda|$  est petit devant  $\lambda$  et le décalage fréquentiel absolu s'écrit

$$\boxed{\Delta \nu = \frac{c |\Delta \lambda|}{\lambda^2} = \frac{4 |n_{mc}| d_i c}{L_a \lambda} \sim 10^2 \text{ Hz}}$$

Un tel décalage fréquentiel **est tout à fait mesurable**. On peut par exemple procéder comme suit : on superpose, grâce à un système de miroirs, les faisceaux **cohérents** issus des sorties  $S_h$  et  $S_t$ , ce qui fournit une amplitude vibratoire formant des **battements basse fréquence**, l'enveloppe permettant d'accéder à la fréquence  $\Delta \nu$ ...

## VI – Équation constitutive d'un milieu chiral

### VI.1 – Moment dipolaire induit dans la configuration ( $A_1$ )

61 – Le schéma demandé est évident : pas de force magnétique sur l'oscillateur (1), une force magnétique suivant  $(Oz)$  sur l'oscillateur (2). Chaque force électrique est suivant  $(Ox)$ .

L'amplitude de la force magnétique, de l'ordre de  $e v B_{\text{onde}}$ , est négligeable devant celle de la force électrique, de l'ordre de  $e E_{\text{onde}}$ , si

$$v \ll \frac{E_{\text{onde}}}{B_{\text{onde}}}$$

où  $v$  est l'ordre de grandeur de la vitesse absolue de l'électron. Puisque l'onde est plane progressive monochromatique, on en déduit la condition

$$\boxed{v \ll v_\varphi \sim c}$$

Cette condition est implicitement admise dans les calculs de physique classique effectués.

Il est à noter que les équations du mouvements attendues ensuite sont issues de projections dans le sens du mouvement : la force magnétique n'intervient pas de toute façon.

62 – L'application du théorème de la résultante cinétique à chaque oscillateur conduit à

$$\boxed{\ddot{r}_1 + \omega_0^2 r_1 + \Omega^2 r_2 = 0}$$

et

$$\boxed{\ddot{r}_2 + \omega_0^2 r_2 + \Omega^2 r_1 = -\frac{e}{m} E(\xi, t)}$$

63 – En régime sinusoïdal forcé, les équations du mouvement donnent

$$(\omega_0^2 - \omega^2) r_1(t) + \Omega^2 r_2(t) = 0$$

et

$$(\omega_0^2 - \omega^2) r_2(t) + \Omega^2 r_1(t) = -\frac{e}{m} E(\xi, t).$$

On en déduit que la matrice  $M$  demandée est

$$M = \begin{pmatrix} \omega_0^2 - \omega^2 & \Omega^2 \\ \Omega^2 & \omega_0^2 - \omega^2 \end{pmatrix}$$

64 – Le moment dipolaire induit est

$$\vec{p}_1(t) = -e(r_2(t) \vec{e}_x + r_1(t) \vec{e}_y)$$

En inversant la matrice  $M$  (ou par tout autre calcul élémentaire), on obtient

$$r_1(t) = -\frac{e}{m} \frac{\Omega^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} E(\xi, t)$$

et

$$r_2(t) = -\frac{e}{m} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} E(\xi, t)$$

donc

$$\vec{p}_1(t) = \frac{e^2}{m} \frac{E(\xi, t)}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \begin{pmatrix} \omega^2 - \omega_0^2 \\ \Omega^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## VI.2 – Moment dipolaire induit dans les autres configurations

65 – Dans la configuration ( $A_2$ ),

$$\vec{p}_2 = -e(r_1(t) \vec{e}_x - r_2(t) \vec{e}_y).$$

Or,

$$M^{-1} = \frac{1}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \begin{pmatrix} \omega^2 - \omega_0^2 & \Omega^2 \\ \Omega^2 & \omega^2 - \omega_0^2 \end{pmatrix}$$

De plus, le champ électrique n'agit longitudinalement que sur l'oscillateur (1), donc

$$r_1(t) = -\frac{e}{m} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} E(0, t)$$

et

$$r_2(t) = -\frac{e}{m} \frac{\Omega^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} E(0, t).$$

Ainsi,

$$\vec{p}_2(t) = \frac{e^2}{m} \frac{E(0, t)}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \begin{pmatrix} \omega^2 - \omega_0^2 \\ -\Omega^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

66 – Le moment dipolaire induit dans les configurations ( $A_5$ ) et ( $A_6$ ) est nul puisque le champ électrique, orthogonal aux oscillateurs, ne les excite pas.

## VI.3 – Densité de polarisation du milieu chiral

67 – En ordre de grandeur,  $\xi \simeq 1$  nm et  $\lambda \simeq 500$  nm. On pourra donc supposer que

$$\frac{\xi}{\lambda} \ll 1$$

dans les calculs suivants, ce qui revient à négliger les retards propagatifs au moins à l'échelle de la molécule.

68 – On applique les résultats précédents pour les molécules en  $M(x, y, z)$  :

$$\vec{P}(M, t) = \frac{N}{6} [\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \vec{p}_5 + \vec{p}_6]$$

puisque toutes les configurations sont équiprobables. Ainsi,

$$\vec{P}(M, t) = \frac{N e^2}{6 m [\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2]} \begin{pmatrix} (\omega^2 - \omega_0^2) (E(z + \xi, t) + 3 E(z, t)) \\ \Omega^2 (E(z + \xi, t) - E(z, t)) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Or,  $\xi \ll \lambda$  donc, à l'ordre le plus bas sur chaque composante en  $\frac{\xi}{\lambda}$ , on obtient le résultat attendu :

$$\vec{P}(M, t) \simeq \epsilon_0 \chi \begin{pmatrix} E(z, t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \epsilon_0 \gamma^L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec

$$\chi = \frac{2 N e^2}{3 m \epsilon_0} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad \text{et} \quad \gamma^L = \frac{N e^2 \xi}{6 m \epsilon_0} \frac{\Omega^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

69 – La relation constitutive  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \gamma^L \text{rot} \vec{E}$  reste valable quelque soit l'onde incidente monochromatique puisqu'elle est la superposition d'ondes planes progressives (de même pulsation) et que le milieu est linéaire.

## VI.4 – Cas d'un milieu chiral de type (D)

70 – Pour décrire un fluide chiral de type (D), on doit utiliser des configurations ( $A'_i$ ) images des configurations ( $A_i$ ) par un miroir plan. Cela revient à changer le sens de  $\vec{b}_2$  pour décrire la molécule de type (D) dans ( $Oxyz$ ) direct ou bien à prendre la base ( $Oxyz$ ) indirecte.

71 – On pourrait reprendre point par point la démonstration faite avec le fluide de type (L) mais il y a plus rapide.

L'équation constitutive obtenue pour le milieu de type (L) est

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \gamma^L \text{rot} \vec{E}.$$

Si le milieu n'était pas chiral, on aurait  $\vec{P}$  parallèle à  $\vec{E}$  et ces deux vecteurs sont de vrais vecteurs. Pour le milieu chiral,  $\vec{E}$  est un vrai vecteur, ainsi que  $\vec{P}$ , puisque  $\chi$  ne change pas (il ne dépend pas du couplage interne proportionnel à  $\Omega^2$ ). Le terme  $\epsilon_0 \gamma \text{rot} \vec{E}$  doit par conséquent être un vrai vecteur. Or, le rotationnel du champ électrique est un pseudo-vecteur, ce qui signifie que son facteur scalaire doit changer de signe dans le problème image avec le milieu de type (D). Ainsi,  $\gamma$  est un **pseudo-scalaire** :

$$\gamma^D(\omega) = -\gamma^L(\omega)$$

Ce résultat se retrouve aussi en remarquant que dans le cas image de type (D), on peut considérer que les calculs sont formellement identiques si le repère (Oxyz) est pris *indirect*. Seul le produit vectoriel, et donc le rotationnel, changent de signe, ce qui entraîne le même résultat.

## VII – Approche documentaire : photons uniques

72 – On peut par exemple utiliser une cuve à faces parallèles dont on contrôle les conditions physiques du contenu (pression d'un gaz...). On peut aussi envisager un système de déplacement des dispositifs réfléchissants (« parallélogramme déformable » à piézoélectriques), ce qui permet un bon contrôle du déphasage sur des excursions notables...

73 – Un **quanton**, système quantique descriptif par exemple de la lumière ou encore de la matière, peut donner l'impression, au cours d'expériences, de respecter des lois corpusculaires et/ou des lois ondulatoires (voire même aucune d'elles comme évoqué plus loin dans le texte). Le paradoxe de la dualité onde-corpuscule naît lorsque l'on cherche à décrire le quanton de façon purement ondulatoire ou purement corpusculaire et s'évanouit lorsqu'on ne cherche plus à le faire et que l'on s'astreint à raisonner avec des **amplitudes de probabilité**.

74 – L'hypothèse implicite ( $\mathcal{H}'$ ) faite par le document sur les miroirs est leur **caractère parfait et non déphaseurs**, c'est-à-dire que la probabilité qu'un photon incident soit réfléchi est de 100 % et que l'amplitude de probabilité ne subit pas de déphasage à la réflexion.

Supposons l'hypothèse implicite précédente absente. On peut alors procéder de façon assez proche à celle de la question 49 en introduisant un coefficient de réflexion en amplitude  $r_m$  pour chaque miroir (interprétable comme une amplitude de probabilité de réflexion). On suppose, pour simplifier, les deux miroirs tout de même identiques. Les amplitudes de probabilité des deux chemins possibles deviennent

$$\underline{A}_1'' = t e^{i\varphi} r_m r \quad \text{et} \quad \underline{A}_2'' = r r_m t.$$

La probabilité de photo-détection est à présent

$$P''(\varphi) = |A_1'' + A_2''|^2 = 2 RT |r_m|^2 (1 + \cos \varphi) = |r_m|^2 P(\varphi)$$

L'existence d'un déphasage à la réflexion sur les miroirs n'est pas de nature à modifier la probabilité de photo-détection mais, par exemple, leur caractère absorbant éventuel peut jouer. Il est recommandé d'utiliser des miroirs de qualité (à pouvoir de réflexion élevé).

*Remarque : le document de l'énoncé propose une amplitude  $A_1 = t e^{i\varphi}$  qui est erronée par oubli d'un facteur  $r$  (bien présent dans le document d'origine); il y avait là de quoi exercer son regard critique...*

75 – Les amplitudes de probabilité des deux chemins vers la seconde sortie sont respectivement (en veillant au signe pour la réflexion sur la seconde séparatrice...)

$$A_1' = t^2 e^{i\varphi} = T e^{i\varphi} \quad \text{et} \quad A_2' = -r^2 = -R$$

On en déduit la probabilité de photo-détection sur la seconde sortie

$$P'(\varphi) = |A_1' + A_2'|^2 = T^2 + R^2 - 2 RT \cos \varphi$$

76 – La somme des probabilités  $P(\varphi)$  et  $P'(\varphi)$  est en conséquence

$$P(\varphi) + P'(\varphi) = 2 RT (1 + \cos \varphi) + T^2 + R^2 - 2 RT \cos \varphi = (R + T)^2.$$

Or, **une séparatrice du dispositif est supposée n'opérer qu'une réflexion ou une transmission pour les amplitudes de probabilité donc la somme des probabilité de réflexion et de transmission par celle-ci est unitaire** :

$$R + T = 1 \quad [\text{propriété (P)}]$$

Ainsi,

$$P(\varphi) + P'(\varphi) = 1$$

Cette égalité traduit le fait que **tout quanton entrant dans l'interféromètre a une probabilité de 100 % d'en ressortir par l'une des deux voies de sortie (en raison de l'idéalité de ses composants)**.

77 – En optique quantique, le concept de polarisation dans le cadre du photon unique se rattache à **son spin** (moment cinétique intrinsèque).