

Préambule

Ce document est une proposition de correction d'épreuve du CAPES externe de physique-chimie. Il ne doit pas être considéré comme un modèle de copie à rendre mais plutôt comme une aide à la correction.

Il est possible que quelques erreurs se soient glissées dans cette version. Si vous pensez en avoir trouvé une, merci de me contacter via l'adresse phy-chim@laposte.net ou en flashant le QR-code suivant ;



Si vous appréciez la qualité de ce document vous pouvez me soutenir en effectuant un don en cliquant [ICI](#) ou en flashant le QR-code ci-dessous :



Ce document est mis à disposition gratuitement selon les termes de la Licence Creative Commons : Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International.



Table des matières

2016 – EXPLOITATION D’UN DOSSIER DOCUMENTAIRE : COMMENT VOIR L’INTÉRIEUR DU CORPS HUMAIN ?

Partie 1 : Les rayons X et la radiographie.....	1
Étude des documents de l’annexe 1 et quelques utilisations pédagogiques	
Tâche complexe	
Exercice d’évaluation	
Analyse de documents	
Partie 2 : La tomographie par émission de positons (TEP).....	4
Partie 3 : L’imagerie par résonance magnétique.....	6

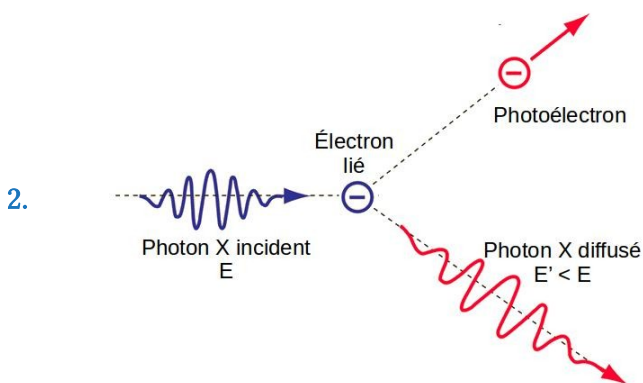
2016 – EXPLOITATION D'UN DOSSIER DOCUMENTAIRE :

COMMENT VOIR L'INTÉRIEUR DU CORPS HUMAIN ?

Partie 1 : Les rayons X et la radiographie

Étude des documents de l'annexe 1 et quelques utilisations pédagogiques

1. Le rayonnement de freinage est responsable du fond continu. Les réorganisations au sein du cortège électronique des atomes de la cible sont responsables des raies d'émission.



3. La puissance rayonnée vaut : $P_R = \sigma \times T^4 \times (2 \times \pi \times r \times L)$

La puissance dissipée par effet Joules vaut : $P_J = R \times I^2 = \frac{\rho \cdot L}{\pi \cdot r^2} \times I^2$

En régime permanent : $P_R = P_J$ et on en déduit $\frac{\rho}{2 \cdot r^3} \cdot \frac{I^2}{\pi^2} = \sigma \times T^4$

Soit $I = \sqrt{\frac{\sigma \cdot T^4 \cdot 2 \cdot r^3 \cdot \pi^2}{\rho}} = \sqrt{\frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2350 + 273)^4 \cdot 2 \cdot (50 \cdot 10^{-6})^3 \cdot \pi^2}{7,75 \cdot 10^{-7}}} = 2,9 \text{ A}$

4. L'acronyme « ddp » (différence de potentiel) pourrait poser problème à un élève. Il y a également une ambiguïté entre le courant d'électrons dans le tube et le courant électrique dans le filament.

Reformulation : À condition d'appliquer une tension suffisante entre cathode et anode, le courant d'électrons partant de l'anode vers la cathode dépend uniquement de la température et donc du courant électrique de chauffage circulant dans le filament.

5. En supposant qu'il y a conservation de l'énergie de l'électron entre le moment où il quitte la cathode et le moment où il atteint l'anode, on peut écrire :

$$E_{e,i} + E_{c,i} = E_{e,f} + E_{c,f}$$

$$e \times V_+ + 0 = 0 + \frac{1}{2} \times m_e \times v_f^2 \quad \text{ie } v_f = \sqrt{\frac{2 \times e \times V_+}{m_e}}$$

Tension cathodique V^+	120 kV	70 kV	45 kV
Vitesse sur l'anode v_f	2,1.108 m/s	1,6.108 m/s	1,3.108 m/s

Plus la tension cathodique est élevée plus les électrons percutent l'anode à grande vitesse. Les électrons ont une vitesse proche de celle de la lumière dans le vide, un calcul relativiste aurait été plus adapté (mais plus compliqué : $E_{c,relativiste} = m \cdot c^2(\gamma - 1)$).

$$6. \quad dN^* = \frac{m_{tot}}{m_{atome}} = \frac{S \cdot dx \cdot \rho}{M/N_A}$$

7. Les rayons X qui sont absorbés sont ceux qui percutent l'un des dN^* atomes. La probabilité qu'un rayon X soit absorbé par l'échantillon vaut $(\pi \cdot r_a^2)/S$

$$8. \quad N(x+dx) = N(x) \times \left(1 - \frac{dN^* \cdot \pi \cdot r_a^2}{S} \right)$$

Un développement de Taylor-Young au 1^{er} ordre donne : $N(x+dx) = N(x) + \frac{dN(x)}{dx} \times dx$

On en déduit :

$$\frac{dN(x)}{dx} + N(x) \times \left(\frac{\pi \cdot r_a^2 \cdot N_A \cdot \rho}{M} \right) = 0$$

9. Avec les notations de l'énoncé : $N(x) = N_0 \times e^{-\mu \cdot x}$

10. La plupart des éléments chimiques les plus légers possèdent un nombre de protons égal au nombre de neutrons ($N \approx Z$, exception notable pour l'hydrogène 1).

La masse molaire d'une espèce vaut $M = (N+Z) \times m_p \times N_A \approx 2 \times Z \times M(H)$.

D'où : $M/Z = 2 \text{ g/mol}$

En utilisant $\mu = \frac{\pi \cdot N_A \cdot \rho}{M} \cdot r_a^2$, $r_a = -\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Z^2 \cdot e^2}{E_1}$ et $M/Z = 2 \text{ g/mol}$ on obtient :

$$\mu = \frac{N_A \cdot e^4}{32 \cdot \pi \cdot \epsilon_0^2 \cdot E_1^2} \cdot \rho \cdot Z^3$$

Le document 8 de l'annexe 1 donne : $\mu = \frac{C}{E^3} \cdot \rho \cdot Z^3$

Les deux expressions prédisent que le coefficient d'absorption μ est proportionnel à la masse volumique ρ du milieu et au cube du numéro atomique Z de l'élément chimique.

En revanche, la formule de l'annexe 1 est la seule à prédire une dépendance de μ en fonction de l'énergie E des photons X.

Tâche complexe

11. Listons les caractéristiques de chacun des milieux :

Milieu	Tissus mous	Os	Vis (fer)
Z_{moyen}	~7	~20	~56
ρ	Faible	Moyenne	Élevée
$\mu \propto \rho \cdot Z^3$	Faible	Moyen	Très élevé

Les rayons X sont donc fortement absorbés par les vis chirurgicales et peu absorbés par les tissus mous. Le film photographique situé derrière les vis chirurgicales sont donc peu exposés aux rayons X. Après révélations elles seront blanches. Au contraire les zones situées derrière les tissus mous seront noires et celles situées derrière les tissus mous apparaîtront grises.

12. Problématique : Lorsqu'il effectue une radiographie d'un patient le manipulateur radio est toujours protégé par un écran. En t'appuyant sur les documents propose, en justifiant, un matériau qui permettrait de construire un tel écran. Aucun calcul n'est demandé.

Documents & adaptations :

- Annexe 1, doc 2 : seulement les deux premiers paragraphes.
- Annexe 1, doc 6 : seulement l'introduction et la partie sur le couple écran-film.
- Annexe 1, doc 8 : seulement le schéma explicatif, l'expression du coefficient d'absorption et les valeurs des numéros atomiques moyens et des masses volumiques pour le cuivre, l'or, le plomb, le verre et le plexiglas.
- Annexe 2, doc 1 : seulement l'image de la radiographie avec la première phrase.

Connaissances mobilisées (cf annexe 5, doc 4) :

- Facteurs d'absorption des rayons X (niveau d'expression (2))
- Application des rayons X : [...], radioprotection, [...] (niveau d'expression (2))

Aides (sous formes de questions) :

- Comment doit-être la valeur du coefficient d'absorption du matériau utilisé ?
- Quels sont les deux paramètres dont dépend ce coefficient d'absorption ?
- Comment doit être le numéro atomique/la masse volumique du matériau utilisé ?

Exercice d'évaluation

13. On utilise la formule $I_{\text{transmise}} = I_{\text{incidente}} \times e^{-\mu \cdot x}$

Pour le premier rayon : $I_1/I_0 = \exp(-\mu_{\text{os}} \cdot l_{\text{os}} - \mu_{\text{air}} \cdot l_{\text{air}})$

Pour le deuxième rayon : $I_2/I_0 = \exp(-\mu_{\text{os}} \cdot l_{\text{os}} - \mu_{\text{air}} \cdot l_{\text{air}} - \mu_{\text{eau}} \cdot l_{\text{eau}})$

À 20 keV : $I_1/I_0 = \exp(-5 \times 1 - 1,2 \cdot 10^{-3} \times 20) = 0,7\%$

$$I_2/I_0 = \exp(-5 \times 1 - 1,2 \cdot 10^{-3} \times 17 - 0,7 \times 3) = 0,08\%$$

À 80 keV : $I_1/I_0 = \exp(-0,37 \times 1 - 0,21 \cdot 10^{-3} \times 20) = 69\%$

$$I_2/I_0 = \exp(-0,37 \times 1 - 0,21 \cdot 10^{-3} \times 17 - 0,18 \times 3) = 40\%$$

14. Pour que des élèves de terminale STI2D/STL puissent faire les calculs de cet exercice, il faut ajouter les données suivantes :

- Lorsqu'un rayonnement électromagnétique traverse un milieu, il est en partie absorbé et en partie transmis. Le coefficient de transmission vaut : $T = I_f/I_i = e^{-\mu \times l}$ où μ est le coefficient d'absorption du milieu et l la longueur de milieu traversé.
- Le coefficient de transmission global T_{1+2} associé à deux milieux 1 et 2 de coefficients de transmission T_1 et T_2 vaut $T_{1+2} = T_1 \times T_2$.

15. La probabilité qu'un rayon X soit absorbé par une molécule du milieu traversé est proportionnelle au nombre de molécules qu'il est susceptible de rencontrer. Or plus ce milieu est dense et plus ce nombre est grand. C'est pourquoi μ_{air} est faible et μ_{os} élevé.

16. Compétences mobilisées :

- EXPLOITER un énoncé pour extraire les données utiles (en vu de réaliser un calcul)
- RÉALISER un calcul

Analyse de documents

17. En système RVB 24 bits chaque pixel est codé grâce à 3 octets o_{rouge} , o_{vert} et o_{bleu} . En niveau de gris, ces trois octets ont la même valeur o_{gris} et on a :

$$o_{\text{gris}} = E\left(\frac{o_{\text{rouge}} + o_{\text{vert}} + o_{\text{bleu}}}{3}\right)$$

Les additions doivent se faire en base 2 et $E(.)$ est la fonction partie entière.


18. Le nombre de niveaux de gris possibles vaut : $N_{\text{gris}} = \frac{N_{\text{rouge}} + N_{\text{vert}} + N_{\text{bleu}}}{3} = \frac{2^8 \times 3}{3} = 256$

19. L'analyse d'une radiographie ne nécessite pas d'avoir une finesse de contraste élevée. 256 nuances de gris suffisent.

20. Le document 3 est un négatif de radiographie (celle de la main de Mme Röntgen dont le mari reçut le 1er prix Nobel de physique de l'histoire). Ainsi les zones peu exposées aux rayons X, situées derrière les os, sont noires alors que sur un positif elles apparaîtraient blanches.

Partie 2 : La tomographie par émission de positons (TEP)

21. Modification à apporter :

- changer le symbole du générateur de tension alternative par 
- changer les fils torsadés par une schématisation droite
- indiquer le sens dans lequel est parcourue la trajectoire à l'aide d'une flèche
- changer le sens du champ magnétique

22. La période TE du champ électrique alternatif doit être égale à la période de rotation de la particule dans le cyclotron. On a donc : $T_E = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_c} \rightarrow \omega_E = 2 \cdot \pi \cdot f_E = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T_E} = \omega_c$

23. Le doc 2 de l'annexe 3 annonce un rayon d'accélération de 30 cm soit un diamètre de l'ordre de 60 cm pour le cyclotron. Ceci est en accord avec la dimension de la cavité d'accélération que l'on peut observer sur le doc 3 de l'annexe 3.

24. $E = 13 \cdot 10^6 \times 1,60 \cdot 10^{-19} = 2,08 \cdot 10^{-12}$ J et $m_p \cdot c^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \times (3,00 \cdot 10^8)^2 = 1,44 \cdot 10^{-10}$ J
L'énergie E des protons annoncée dans le texte est inférieure à l'énergie de masse $m_p \cdot c^2$ d'un proton. E correspond donc à leur énergie cinétique et non à leur énergie totale.

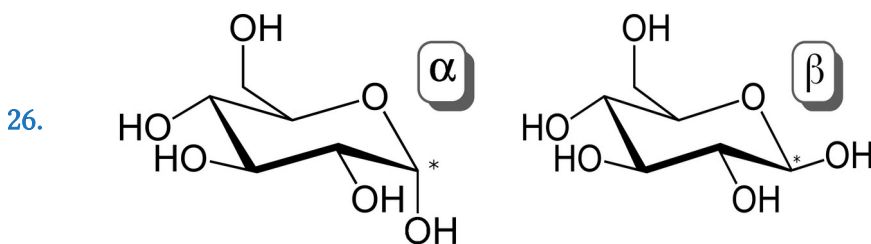
Comme $E \ll m_p \cdot c^2$ les protons sont non relativistes et on peut écrire :

$$v = \sqrt{2 \times \frac{E}{m_p}} = \sqrt{2 \times \frac{2,08 \cdot 10^{-12}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 4,99 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

D'après l'énoncé $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$ soit $B = \frac{m \cdot v}{q \cdot R} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 4,99 \cdot 10^7}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 30 \cdot 10^{-2}} = 1,7$ T

Un tel champ magnétique assez intense peut être créé en utilisant des électroaimants.

25. La cyclisation du D-glucose conduit à un changement d'hybridation ($sp^2 \rightarrow sp^3$) du carbone de la fonction aldéhyde initialement plane qui devient alors asymétrique. Suivant sa configuration absolue (R ou S) on obtient deux stéréoisomères.



La forme la plus stable est celle pour laquelle le plus grand nombre de substituants sont en position équatoriale de manière à minimiser les répulsions. Il s'agit de la configuration β .

27. Notons η_α respectivement η_β la fraction d'anomère α respectivement β .

Notons θ_α respectivement θ_β le pouvoir rotatoire de l'anomère α respectivement β .

$$\bar{\theta} = \eta_\alpha \times \theta_\alpha + \eta_\beta \times \theta_\beta \text{ avec } \eta_\alpha + \eta_\beta = 1$$

On en déduit :

$$\eta_{\alpha} = \frac{\bar{\theta} - \theta_{\beta}}{\theta_{\alpha} - \theta_{\beta}} = \frac{52 - 19}{112 - 19} = 35,5\% \text{ et } \eta_{\beta} = 1 - \eta_{\alpha} = 64,5\%$$

28. La protection des groupes hydroxyle du ^{18}FDG est nécessaire sous peine de remplacer chacun d'eux par un atome de fluor (substitution nucléophile).

La déprotection se fait par une hydrolyse en milieu acide des acétals.

29. Le temps de manipulation (synthèse, préparation du matériel, préparation du patient, injection et prise d'image) de la ^{18}FDG est supérieur à 1 heure. Le temps de demi-vie du fluor 18 (1h50) offre un bon compromis entre un temps de manipulation suffisamment long est une élimination suffisamment rapide une fois dans l'organisme.

De plus le fluor 18 peut être fixé sur une molécule dont on connaît bien le devenir dans l'organisme : le glucose (sans modifier profondément ses propriétés chimiques).

30. La réaction de synthèse du ^{18}FDG est : $\text{DG}_{(l)} + \text{F}_{2(g)} \rightarrow ^{18}\text{FDG}_{(l)} + \text{HF}_{(g)}$

L'enthalpie standard de cette réaction vaut :

$$\begin{aligned} \Delta_r H^0 &= \Delta_f H^0(^{18}\text{FDG}_{(l)}) + \Delta_f H^0(\text{HF}_{(g)}) - \Delta_f H^0(\text{DG}_{(l)}) - \Delta_f H^0(\text{F}_{2(g)}) \\ &= -956,5 - 267,6 - (-746,9) - 0 \\ &= -477,2 \text{ kJ/mol} \end{aligned}$$

La réaction est bien exothermique et la puissance thermique à dissiper vaut :

$$\Phi_{\text{th}}^{\text{libéré}} = |F_c \times \Delta_r H^0| \text{ qui doit être inférieure à } \Phi_{\text{th}}^{\text{dissipé}} = \omega \cdot \lambda \cdot S_{\text{ech}} \cdot \tanh(\omega \cdot L) (T_p - T_{\text{ext}})$$

$$\text{Soit : } S_{\text{ech}}^{\text{min}} = \frac{|F_c \times \Delta_r H^0|}{\lambda \cdot \omega \cdot \tanh(\omega \cdot L) (T_p - T_{\text{ext}})} = \frac{5,0 \cdot 10^{-5} \times 477,2 \cdot 10^3}{401 \times 20 \times 10} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 3,0 \text{ cm}^2$$

La surface efficace de l'échangeur de chaleur vaut :

$$S_{\text{efficace}} = N_{\text{ailettes}} \times S_{\text{ailettes}} \times 2 = 13 \times 2 \times 1 \times 2 = 52 \text{ cm}^2$$

L'échangeur de chaleur est donc bien dimensionné.

31. Question a : La formule brute du glutathion est $\text{C}_{10}\text{H}_{17}\text{O}_6\text{N}_3\text{S}$

Question b : La réaction forme aussi de l'eau H_2O

Question d : La fonction thiol SH du 2^{ème} acide aminé et la fonction amine NH_2 du 3^{ème} acide aminé doivent également être protégées.

Partie 3 : L'imagerie par résonance magnétique

32. 2.1. L'IRM ^1H s'appuie sur la résonance magnétique des protons des noyaux d'hydrogène. Dans le corps humain, ces noyaux se trouvent essentiellement au sein des molécules d'eau. Or les os en contiennent peu. (/1)

2.2.1. Chaque pixel est un carré de côté : $d = 50 \cdot 10^{-2} / 512 = 0,98 \text{ mm}$ (/1)

2.2.2. Le poids de l'image vaut : $P = 512^2 = 262 \text{ ko}$ (/1)

2.2.3. Chaque pixel est codé sur 1 octet qui contient 8 bits qui a pour valeur 0 ou 1. (/1)

Le nombre de niveaux de gris vaut donc : $N = 2^8 = 256$ (/1)

2.2.4. Le débit binaire doit être supérieur à : $D = P/\Delta t = 262/2 = 131 \text{ ko/s}$ (/1)

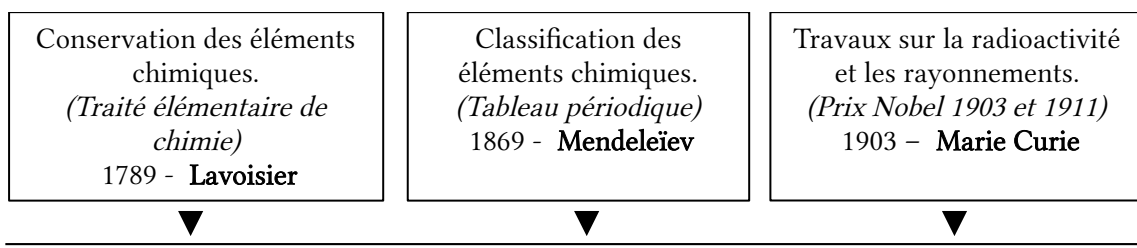
2.3. La précision de la mesure vaut : $p = 2/100 \times 1492 + 5 = 35 \text{ mT}$ (/1)

L'incertitude élargie vaut : $U = 2 \times 35/\sqrt{3} = 40 \text{ mT}$ (/1)

Finalement le résultat de la mesure vaut : $B = (1492 \pm 40) \text{ mT}$ (/1)

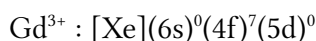
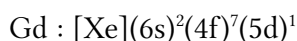
L'intervalle de confiance à 95 % correspond aux 2 valeurs extrêmes entre lesquelles 95 % des résultats obtenus se trouveront si on répète la mesure un grand nombre de fois. (/1)

33.



34.

$Z(\text{Gd}) = 64$. On en déduit les structures électroniques suivantes :



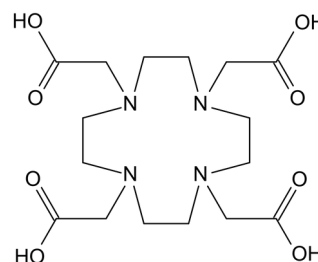
La sous-couche (4f) à demi-remplie est particulièrement stable et autorise une exception à la règle de Klechkowski. L'ion Gadolinium III contient 7 électrons non appariés, il est donc fortement paramagnétique ce qui en fait un bon agent contrastant pour l'IRM ^1H .

35.

Énoncé :

Le gadolinium est utilisé en médecine comme agent contrastant lors des IRM. Les images obtenues sont ainsi de meilleure qualité et plus facilement exploitables par les médecins.

On peut trouver le gadolinium sous forme d'ions Gd^{3+} mais ce dernier est toxique pour l'organisme. C'est pourquoi il est intégré dans des complexes. L'un d'entre eux, utilisé dans le DotaremTM, est un anion de charge $-e$ composé d'un ion dérivé du DOTA, d'une molécule d'eau et d'un ion Gd^{3+} .



Le DOTA, représenté ci-contre, est un tétra-acide. On peut le trouver sous 5 formes que l'on notera H_4Y , H_3Y^- , H_2Y^{2-} , HY^{3-} et Y^{4-} .

Questions :

1. Écris l'équation de la réaction de formation du complexe qui compose de Dotarem™ et exprime la constante de formation de ce complexe en milieu aqueux, notée β , en fonction des concentrations des différentes espèces chimiques.

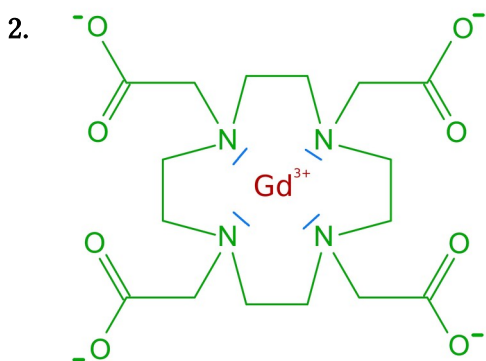
2. Représente la formule topologique de ce complexe (on omettra la molécule d'eau). Le ligand sera représenté en vert, l'ion central en rouge et les doublets responsables de la cohésion du complexe en bleu.

3. Le ligand de ce complexe est-il monodentate ou polydentate ?

Proposition de correction :

1. L'équation de formation du complexe est : $Y^{4-} + Gd^{3+} + H_2O \rightarrow [GdY(H_2O)]^-$

La constante de formation associée est : $\beta = \frac{[GdY(H_2O)]^-}{[Y^{4-}] \times [Gd^{3+}]}$



3. La formation du complexe fait intervenir 4 doublets électroniques il est donc polydentate.