

Correction du CAPES externe de Physique 2010

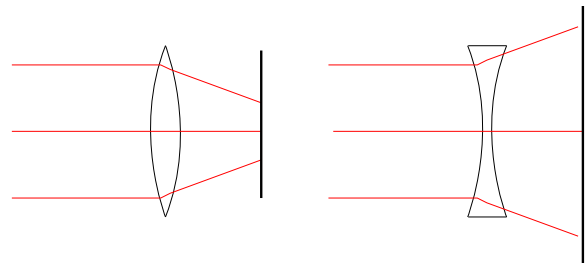
A Étude d'une paire de jumelles

A.I Les éléments du modèle

A.I.1 Une lentille mince est une lentille (pièce de verre limitée par deux dioptries, de même axe optique, en contact avec le milieu extérieur), qui est dite mince si la distance entre les sommets des dioptries (épaisseur au centre de la lentille) est très inférieure aux rayons de courbures des dioptries. La vergence d'une lentille mince dans l'air étant égale à : $V = (n-1) \left(\frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right)$, les lentilles minces

divergentes sont des lentilles à bords épais et sur la figure 1b les lentilles divergentes sont les n° 2, 3 et 7. L'objectif d'un instrument d'optique est le premier système optique par lequel rentre la lumière dans un instrument d'optique et qui va former une image intermédiaire (dite image objective) de l'objet observé ; l'oculaire est le système optique de sortie de l'instrument qui permet à l'oeil d'observer l'image objective.

A.I.2 On peut : soit regarder si la lentille est à bords minces (convergente) ou à bords épais (divergente), soit former l'image d'une source éloignée et observer sur un écran si les rayons convergent ou divergent (ci-contre convergente à gauche et divergente à droite).



A.I.3 Les conditions de l'approximation de Gauss sont d'utiliser des rayons dits paraxiaux, proches de l'axe et peu inclinés sur l'axe, les lentilles minces sont des systèmes optiques stigmatiques dans ces conditions.

A.I.4 L' aberration responsable des déformations périphériques est, parmi les aberrations géométriques, la distorsion (en barillet ou en coussinet). Les aberrations chromatiques sont dues à la dispersion chromatique (l'indice du verre dépend de la longueur d'onde de la lumière).

A.I.5 Une lentille unique est forcément entachée d'aberration chromatique, et, si les dioptries sont sphériques, d'aberrations géométriques ; en associant différentes lentilles on peut réduire les aberrations géométriques et chromatiques (en quelque sorte en utilisant les défauts de l'une pour compenser les défauts de l'autre), on reconnaît en particulier pour l'objectif la structure d'un "achromat", objectif achromatique.

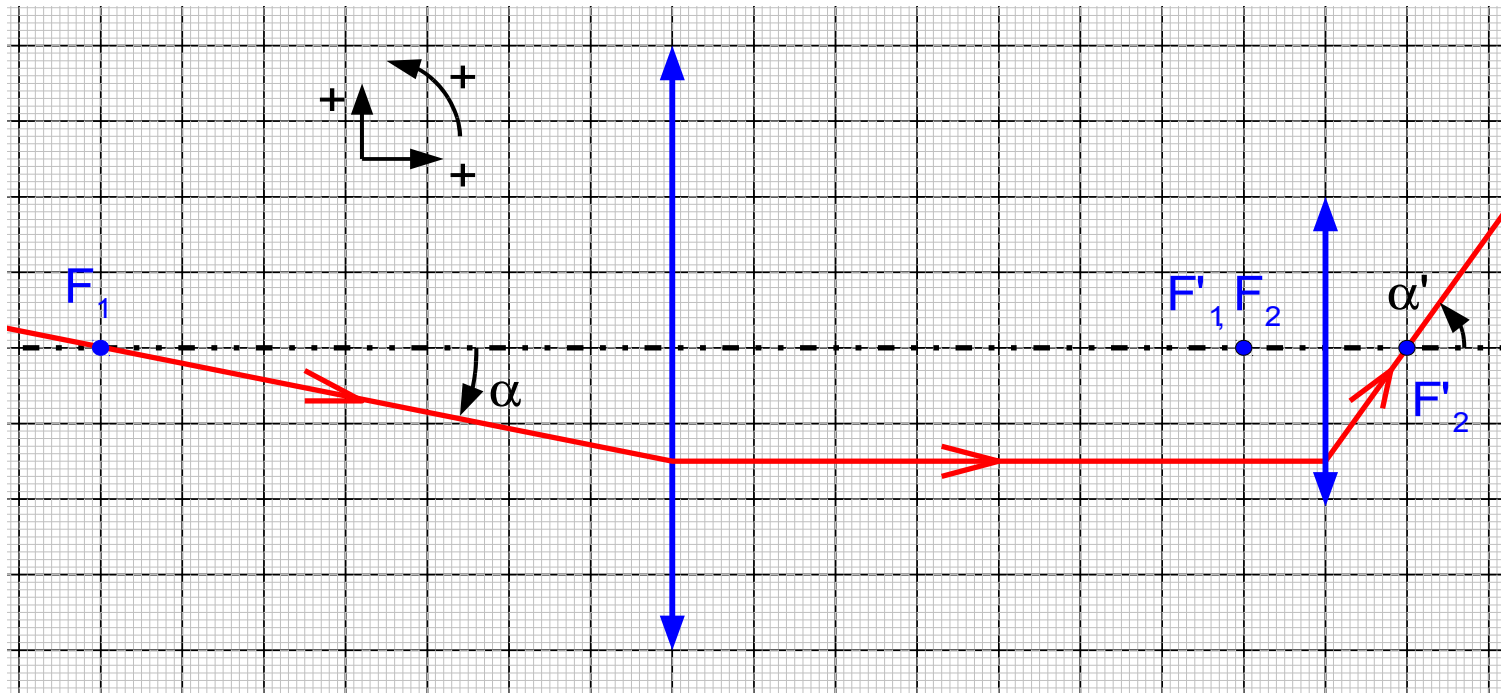
A.II Encombrement de la lunette équivalente

A.II.1 Système afocal signifie système qui ne possède pas de foyers, cela implique que l'image d'un objet à l'infini est à l'infini. Ce réglage est intéressant pour l'œil humain lorsque l'instrument sert à observer des objets éloignés puisque l'image de ces objets à l'infini est à l'infini et que l'œil humain "normal" est réglé au repos pour observer à l'infini : l'observation se fait sans accommodation de l'œil.

A.II.2 Pour que le système soit afocal, il faut que le foyer image de l'objectif soit confondu avec le foyer objet de l'oculaire, donc l'encombrement $L_1 = \overline{O_1 O_2} = f'_1 + f'_2 = 8u$. Le constructeur donne

une longueur de 185 mm, on obtient donc $u_1 = \frac{185}{8} \approx 23,1 \text{ mm}$.

A.II.3



A.II.4 D'après le schéma précédent, et en utilisant les tangentes des angles α et α' et la distance du rayon dans sa partie entre L1 et L2 et l'axe optique, on obtient : $G = -\frac{f'_1}{f'_2} = -7$.

A.III Le cercle oculaire

A.III.1 Tous les rayons pénétrant dans l'instrument passent à l'intérieur de la monture de l'objectif, et donc à l'intérieur du cercle oculaire qui en est son image, donc l'œil placé au niveau du cercle oculaire collectera le maximum de lumière et l'image sera la plus lumineuse possible (le cercle oculaire a un diamètre inférieur à la pupille de l'œil).

A.III.2 En utilisant la relation de conjugaison avec origine au sommet de la lentille L2, et comme C est l'image par L2 de O1 : $\frac{1}{O_2C} - \frac{1}{O_2O_1} = \frac{1}{f'_2}$, d'où $O_2C = \frac{f'_2(f'_1 + f'_2)}{f'_1} = \frac{8}{7}u$.

A.III.3 Avec le dégagement oculaire RO donné par le constructeur à 12 mm, on obtient $u_2 = \frac{7}{8}O_2C = \frac{7}{8}RO = 10,5 \text{ mm}$.

A.III.4 En utilisant la formule du grandissement transversal (le cercle oculaire est l'image de la monture de L1 par L2) avec origine en O2 : $G_t = \frac{-d}{D} = \frac{O_2C}{O_2O_1}$, on obtient : $d = D \frac{f'_2}{f'_1} = D/7$.

Numériquement : $d \approx 7,1 \text{ mm}$.

A.III.5 On retrouve bien $d = 50 \text{ mm}/7 = 7,1 \text{ mm}$.

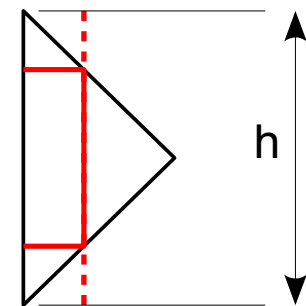
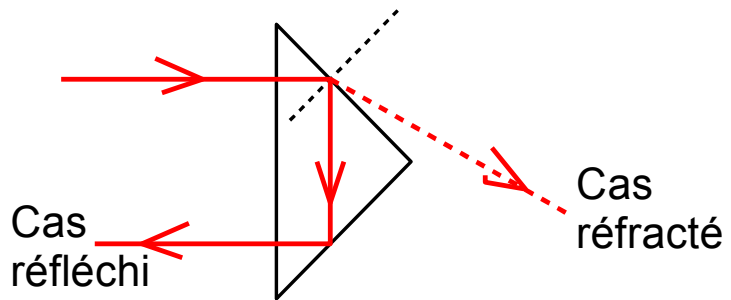
A.III.6 Le diamètre du cercle oculaire doit être plus petit que le diamètre de la pupille de l'œil humain pour que la totalité de la lumière rentrant dans l'instrument entre dans l'œil ; comme la pupille de l'œil humain varie entre 2 mm de diamètre en forte luminosité et 8 mm en faible luminosité, le constructeur a conçu l'instrument pour une pupille de plus de 7,1 mm de diamètre et donc pour les faibles luminosités.

A.IV Étude du dispositif redresseur à prismes

A.IV.1 Rôle du dispositif redresseur

A.IV.1.a Sans dispositif redresseur on verrait la scène observée grossie (x7) et inversée. La lunette de Galilée est composée d'un objectif convergent suivi d'un oculaire divergent, son grossissement est donc positif contrairement à celui de la lunette étudiée ici, et donc la scène observée est droite.

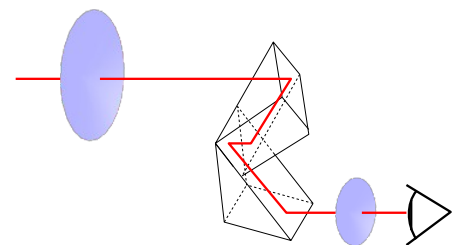
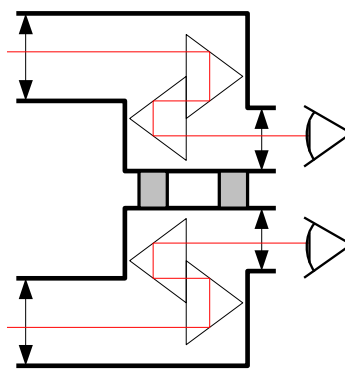
A.IV.1.b Le rayon incident arrive sur l'hypoténuse avec un angle d'incidence nul et traverse donc la face sans déviation, ensuite, arrivant sur la face isocèle supérieure, il peut être réfracté (si l'angle d'incidence sur cette face, soit $\pi/4$, n'est pas supérieur à l'angle de réflexion totale, et il traverse donc la face en s'éloignant de la normale) cas dessiné en pointillé sur le schéma ; ou il peut être réfléchi (si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle limite), il est réfléchi sur cette face, puis arrivant sur la face isocèle inférieure, les conditions d'incidence sont les mêmes, il est à nouveau totalement réfléchi, et arrivant sur l'hypoténuse avec une incidence nulle il la traverse pour émerger du prisme avec la même direction et un sens opposé au rayon incident.



A.IV.1.c Par symétrie des parties de rayon compris entre l'hypoténuse et les faces isocèles par rapport aux faces isocèles, il est évident que la distance est égale à h.

A.IV.1.d L'angle d'incidence de $\pi/4$ doit donc être égal à l'angle limite, soit : $\pi/4 = i_{limite} = \arcsin\left(\frac{1,00}{n}\right)$, et $n = \frac{1,00}{\sin(\pi/4)} = \sqrt{2} \approx 1,414$.

A.IV.1.e Le diazote est un gaz inerte et la surpression permet d'éviter la pénétration d'air (éventuellement humide) à l'intérieur du corps de l'instrument.



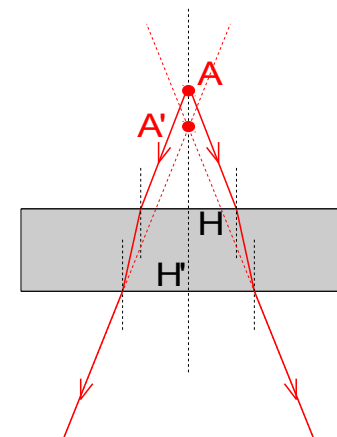
A.IV.1.f La disposition demandée est celle de la figure de gauche, et la disposition réelle des prismes de Porro (pour une seule des lunettes jumelles) est celle de la figure de droite.

A.IV.2 Calcul du nouvel encombrement

A.IV.2.a Voir schéma ci-contre

A.IV.2.b Pour le premier dioptre plan, la relation de conjugaison est $\frac{HA}{1} = \frac{HA_1}{n}$, pour le second dioptre plan, la relation est $\frac{H'A_1}{n} = \frac{H'A'}{1}$, en retranchant les deux équations, on

obtient :
$$\boxed{HH' = \frac{n}{n-1} AA'}$$



A.IV.2.c On obtient littéralement : $u_3 = \frac{L-l}{8} = \frac{L-2\frac{(n-1)}{n}h}{8}$, et numériquement $u_3 \approx 22,4 \text{ mm}$.

A.V Pertinence des modèles

Les modèles proposés utilisent deux lentilles minces équivalentes comme objectif et oculaire, les calculs de u_1 et u_3 sont semblables puisque u_3 n'est qu'une correction de u_1 prenant en compte la traversée du véhicule redresseur de Porro, par contre u_2 basée sur la valeur du dégagement oculaire donnée par le constructeur est très différente des deux autres valeurs car la distance mesurée depuis la face de sortie est très différente de la distance mesurée depuis le centre de la lentille équivalente (la largeur cumulée des lentilles (3;4;5;6;7) formant oculaire est grande et la position de la lentille équivalente doit être à l'intérieur de ce système. De façon générale il faut signaler qu'un système optique quelconque ne peut toujours être représenté par une lentille mince équivalent et qu'il faut introduire les éléments cardinaux d'un système centré.

B Utilisation télémétrique de la paire de jumelles

B.I Télémétrie visuelle

B.I.1 Le réticule doit être vu nettement en même temps que l'objet observé à l'infini, le réticule doit être placé dans le plan focal image de l'objectif (et plan focal objet de l'oculaire).

B.I.2 La moitié du champ de vision est de $127\text{m}/2$, ce qui nous permet de calculer l'angle au sommet du cône de vision : $\alpha = 2 \arctan\left(\frac{127/2}{1000}\right) \approx 7,3^\circ$. La notice donne le nom d'angle de visée.

B.I.3 En appliquant une règle de proportionnalité, on déduit qu'un objet à 1000 m devrait mesurer $\frac{2}{3} 127 \text{ m} \approx 84,7 \text{ m}$ pour occuper les deux tiers du champ de vision, or le phare ne mesure que 60 m,

donc le théorème de Thalès nous donne une distance de $\frac{60 \times 1000}{127 \times 2/3} \approx 708 \text{ m}$.

B.II Télémétrie automatique

B.II.1 Généralité sur les ondes sonores

B.II.1.a Jean le Rond d'Alembert, physicien Français du 18^{ème} siècle, fut le premier à établir une équation d'onde (pour la corde vibrante). Une onde transporte de l'énergie.

B.II.1.b L'onde lumineuse émise par un LASER est une onde électromagnétique, sa célérité dans l'air à peine inférieure à c de l'ordre de 3.10^8 ms^{-1} . Une onde sonore est une onde de pression (ou de déformation mécanique du milieu support), sa célérité dans l'air est de 340 ms^{-1} dans les conditions habituelles de température et de pression.

B.II.1.c Une source sonore (réveil, téléphone portable,...) est enfermée dans une cloche de verre transparente dans laquelle on fait le vide, le son parvient d'autant moins à l'extérieur que le vide est poussé, ce qui montre la nécessité d'un support matériel pour la propagation du son. Les ondes lumineuses se propagent même dans le vide, on voit toujours aussi bien l'intérieur de la cloche quand le vide se fait.

B.II.2 Le principe de fonctionnement du télémètre

B.II.2.a $t_V = \frac{2D}{c}$.

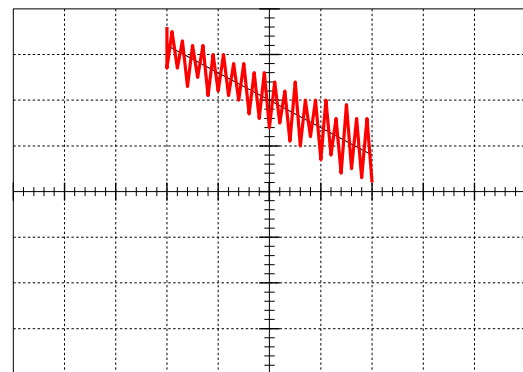
B.II.2.b $D = \frac{n\lambda}{2}$.

B.II.2.c Dans le cas proposé il y a donc 50 coïncidences + 1/2 puisque les signaux sont en opposition de phase, d'où : $D = \frac{n\lambda}{2} = 50,5 \frac{\lambda}{2} \approx 215 \text{ mm}$.

B.II.2.d Le signal (signal 1) capté directement en sortie de l'émetteur est relativement lisse car l'amplitude du son émis par l'émetteur est grande devant les autres sources sonores, le signal capté après trajet aller-retour sur la cible (signal 2) est d'amplitude atténué et donc le rapport signal/bruit est beaucoup moins bon pour lui.

B.II.2.e Les modes de couplages AC (Alternating Current) et DC (Direct Current) sont les modes de couplages à l'entrée de l'oscilloscope : pour DC le couplage est direct et l'oscilloscope affiche les deux composantes continue et alternative du signal, pour AC le couplage se fait via un filtre passe-haut qui filtre la composante continue du signal et l'oscilloscope affiche uniquement la composante alternative (il peut y avoir déformation d'un signal complexe dont la décomposition en série de Fourier comprendrait des composantes alternatives basses fréquences dans ce mode là).

Le signal 2 n'est pas centré sur la "référence du signal de terre", donc l'oscilloscope prend en compte la composante continue et le couplage est DC.



B.II.2.f Écrivons de façon approchée (et en divisions verticales) les équations des signaux S_1 et S_2 : $S_1 = 2 \sin(\omega t)$ et $S_2 = 2 - 1,2 \sin(\omega t) + \text{bruitHF}$, on en déduit $S_2 = 2 - 0,6 S_1 + \text{bruitHF}$ qui donne (si l'oscilloscope trace S_2 en fonction de S_1) la figure ci-contre :

B.II.2.g La célérité du son dans l'air est égale à

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

, la température en modifiant la célérité modifie la longueur d'onde (puisque la fréquence est constante), il faut donc corriger pour utiliser la longueur d'onde dans les conditions de température de l'expérience.

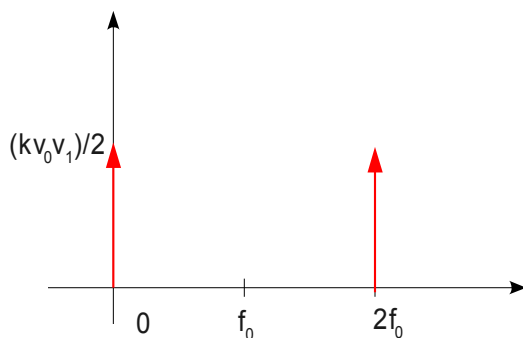
B.II.3 Quelques étages d'un phasemètre électronique de principe

B.II.3.a Un multiplieur nécessite une alimentation et est donc un composant actif.

B.II.3.b L'analyse dimensionnelle donne pour k l'inverse d'une tension, l'unité de k est donc le V^{-1} . L'expression linéarisée de $v_s(t)$, c'est à dire après transformation par la formule rappelée dans l'énoncé d'un produit de cosinus en somme,

donne : $v_s(t) = \frac{k v_0 v_1}{2} [\cos(2\omega_0 t + \varphi) + \cos(\varphi)]$. Le

spectre fréquentiel ci-contre comprend deux "diracs" d'amplitude $(k v_0 v_1)/2$ aux fréquences 0 et $2f_0 = \omega_0/\pi$. La valeur moyenne de $v_s(t)$ est égale à



$$\langle v_s(t) \rangle = \frac{k v_0 v_1}{2} \cos(\varphi)$$

B.II.3.c Par la formule du diviseur de tension :

$$H(j\omega) = \frac{v_f}{v_s} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

. On reconnaît la

fonction de transfert d'un filtre passe-bas du 1er ordre.

B.II.3.d $G_{dB}(\omega) = 20 \log(|H(j\omega)|) = -10 \log(1 + R^2 C^2 \omega^2)$. L'étude asymptotique donne :

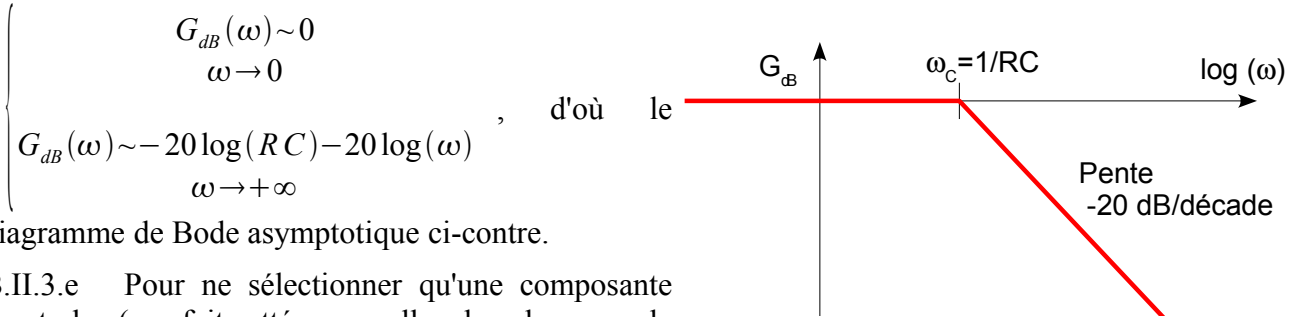


diagramme de Bode asymptotique ci-contre.

B.II.3.e Pour ne sélectionner qu'une composante spectrale (en fait atténuer celle de plus grande fréquence), il faut que sa pulsation $2\omega_0$ soit supérieure à la pulsation de coupure $\omega_c = 1/RC$ du filtre, soit

$$\omega_0 > \frac{1}{2RC}$$

Le signal $v_f(t)$ devient $v_f(t) = \frac{k v_0 v_1}{2} \cos \varphi + \Re \left\{ \frac{1}{1 + 2jRC\omega_0} \frac{k v_0 v_1}{2} e^{j(2\omega_0 t)} \right\}$, et, si la seconde

composante est suffisamment atténuée, seule reste la composante continue : $v_f(t) = \frac{k v_0 v_1}{2} \cos \varphi$.

L'étage RC réalise une fonction de calcul de moyenne.

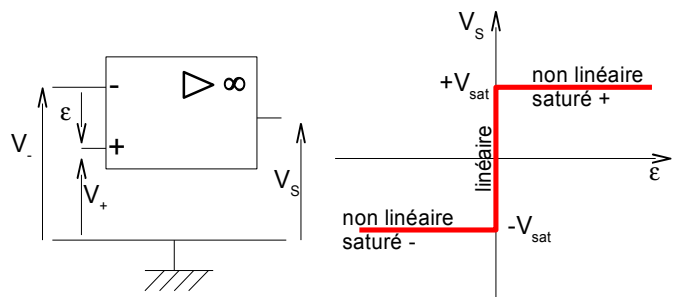
B.II.3.f On obtient pour $v_s(t)$:

$$v_s(t) = \frac{k v_0 v_1}{2} \cos(\varphi) + \frac{k v_0 v_1}{2} \cos(2\omega_0 t + \varphi) + \frac{k v_0 v_2}{2} \cos(\Omega - \omega_0)t + \frac{k v_0 v_2}{2} \cos(\Omega + \omega_0)t$$

B.II.3.g Si les conditions $\Omega \gg \omega_0 \gg 1/RC$ sont vérifiées, alors on obtient : $v_f(t) = \frac{k v_0 v_1}{2} \cos \varphi$. Le

bruit n'a plus d'influence en sortie du montage, cette technique s'appelle "détection synchrone" et elle peut être utilisée à chaque fois que l'information est portée par une composante sinusoïdale mélangée à d'autres composantes ou mélangée à du bruit. On peut utiliser cette technique pour réaliser la démodulation d'amplitude en lieu et place du détecteur de crêtes.

B.II.3.h Un amplificateur opérationnel idéal a pour principales caractéristiques des impédances d'entrées infinies et un gain différentiel infini. Sa caractéristique sortie en fonction de la tension d'entrée différentielle est schématisée ci-contre :



Les amplificateurs opérationnels de la figure 8 sont en en fonctionnement linéaire car tous montés avec contre-réaction.

B.II.3.i Les AO étant en linéaire et idéaux, leur potentiel sur l'entrée - est égal au potentiel sur l'entrée +, d'où la différence de potentiel aux bornes de R_g qui est égale à v'_i , et le courant traversant

R_g : $i_{R_g} = \frac{v'_i}{R_g}$ et enfin la différence de potentiel v'_m : $v'_m = (2R_0 + R_g)i_{R_g} = (2R_0 + R_g) \frac{v'_i}{R_g}$ dont on

déduit la fonction de transfert : $H_{12}(j\omega) = \frac{v'_m}{v'_i} = \frac{(2R_0 + R_g)}{R_g}$.

B.II.3.j Calculons les potentiels sur les entrées de l'AO3 : par le diviseur de tension

$$v_3^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{S_2}, \text{ et par le théorème de Millman } v_3^- = \frac{\frac{v_{S_1}}{R_1} + \frac{v'_r}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

L'égalité des deux potentiels

précédents (AO3 idéal et en linéaire) donne : $v'_r = \frac{R_2}{R_1} (v_{S_2} - v_{S_1}) = \frac{R_2}{R_1} v'_m$, d'où $\boxed{H_3(j\omega) = \frac{R_2}{R_1}}$. On

en déduit que $\boxed{v'_r = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + 2 \frac{R_0}{R_g}\right) v'_i}$.

B.II.3.k La valeur maximale du signal S_2 est de l'ordre de 20 mV (4 divisions à 5mV/div), et il ne faut pas saturer les AO, et en prenant une valeur de tension de saturation de l'ordre de 15 V, on obtient un coefficient d'amplification maximum de l'ordre de $\boxed{15 \text{ V} / 20 \text{ mV} = 750}$.

B.II.4 Le télémètre réel

B.II.4.a L'onde lumineuse peut être rendue beaucoup plus directive que l'onde sonore, évitant ainsi les réflexions parasites.

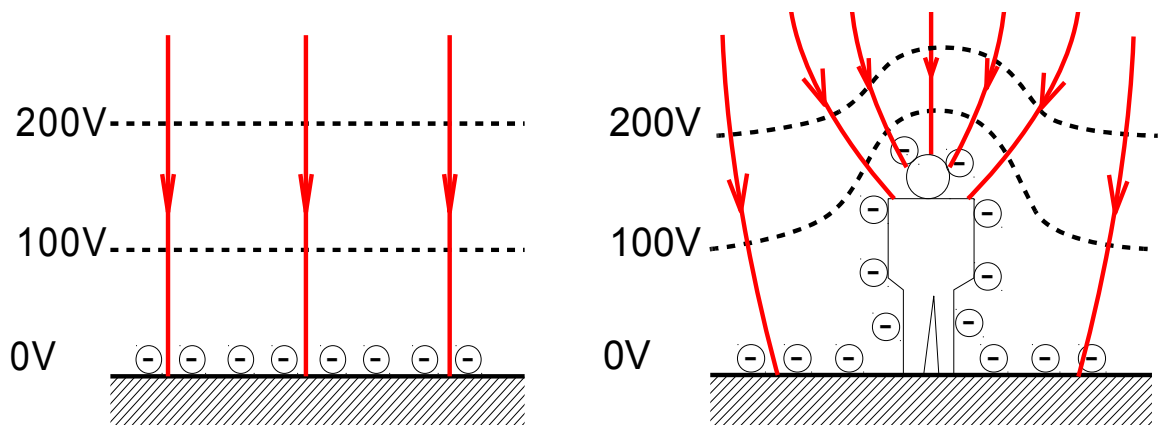
B.II.4.b Lorsqu'il y a mouvement de la cible, le signal réfléchi voit sa longueur d'onde modifiée, si la cible se rapproche du télémètre alors la fin d'une période doit parcourir un chemin plus court que le début de la période, la longueur d'onde mesurée est donc plus courte et donc $v = \frac{c}{\lambda}$ la fréquence est plus grande : le signal se déplace vers les hautes fréquences. Cet effet se nomme l'effet Doppler et on peut relier la variation de fréquence du signal à la vitesse longitudinale de la cible.

C La foudre

C.I Le système Terre-atmosphère

C.I.1

C.I.2

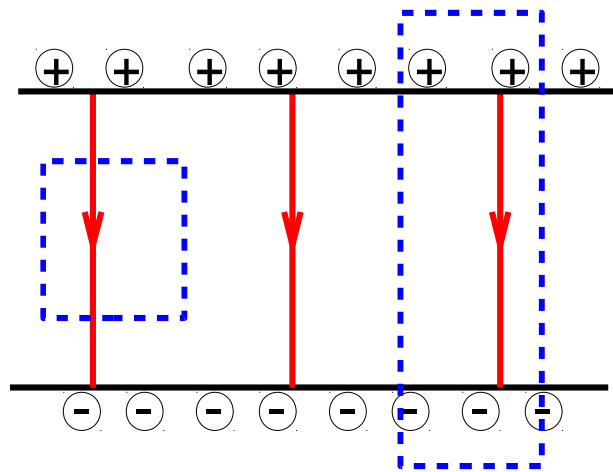


En suivant une ligne de champ, le champ est d'autant plus fort que les équipotentielle sont serrées, et que les lignes de champ se resserrent (les surfaces équipotentielles étant perpendiculaires aux lignes champ, les deux vont ensemble), on observe "l'effet de pointe".

C.I.3

C.I.3.a Une charge électrique q, ponctuelle, placée au point P crée au point M un champ électrique d'expression : $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{PM}}{PM^3}$. Dimensionnellement on vérifie bien qu'un champ électrique est homogène à une charge divisée par une surface et par ϵ_0 .

C.I.3.b En utilisant les symétries et invariances du problème, on déduit que \vec{E} est vertical (plans de symétries verticaux) et qu'il ne dépend que de la coordonnée verticale (invariance par toutes les translations horizontales), puis en utilisant le théorème de Gauss pour les surfaces schématisées en bleu sur le schéma, on déduit que \vec{E} est constant à l'intérieur et nul à l'extérieur, il est vertical descendant de norme σ/ϵ_0 .



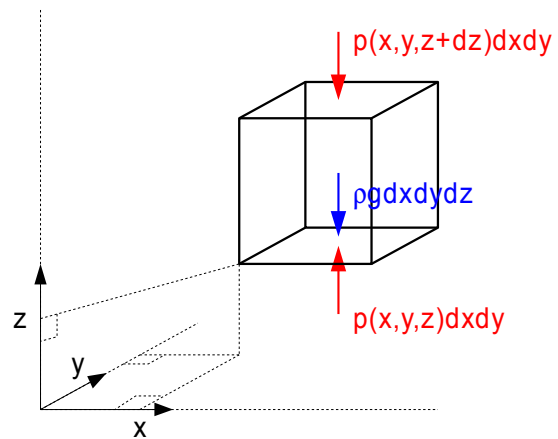
C.I.3.c On obtient $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \approx 124 \text{ Vm}^{-1}$.

C.II Le champ électrique dans la basse atmosphère

C.II.1 Un référentiel est un système de coordonnées permettant de repérer l'objet étudié dans l'espace (3 coordonnées du repère d'espace) et dans le temps. La classe d'équivalence des référentiels galiléens est la classe des référentiels en translation rectiligne et **uniforme** les uns par rapport aux autres, une translation rectiligne ne suffit donc pas.

C.II.2 La loi de la statique en projection sur l'axe vertical donne :

$$\begin{aligned} (p(z) - p(z + dz)) dx dy - \rho g dx dy dz = 0, \quad \text{et,} \\ (-dP - \rho g dz) dx dy = 0, \quad \text{on obtient :} \\ \boxed{dP = -\rho g dz} \end{aligned}$$



C.II.3 $P \cdot V^\gamma = Cte$, dans une transformation adiabatique réversible et avec $\gamma = Cte$, et, comme

$$\rho = \frac{M}{V}, \quad \boxed{P \cdot \rho^{-\gamma} = Cte}$$

C.II.4 Comme $P \cdot \rho^{-\gamma} = Cte = P_0 \cdot \rho_0^{-\gamma}$ et $dP = -\rho g dz$, il vient par la différentielle logarithmique de la première relation :

$$\frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0, \quad \text{en remplaçant } dP \text{ par } -\rho g dz \text{ et } P \text{ par } \rho^\gamma P_0 \rho_0^{-\gamma}, \text{ on}$$

$$\text{obtient : } \rho^{(\gamma-2)} d\rho = \frac{-g}{\gamma P_0 \rho_0^{-\gamma}} dz, \quad \text{d'où} \quad \int_{\rho=\rho_0}^{\rho} \rho^{(\gamma-2)} d\rho = \int_{z=0}^z -\frac{g}{\gamma P_0 \rho_0^{-\gamma}} dz \text{ et enfin la relation}$$

$$\text{demandée : } \left[\frac{\rho(z)}{\rho_0} \right]^{\gamma-1} = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{g \rho_0}{P_0} z$$

C.II.5 Avec la loi des gaz parfait, on a : $P_0 = \rho_0 \frac{RT_0}{M}$, si il y a proportionnalité entre le champ E et

$$\text{la masse volumique } \rho \text{ alors } E(z) = \rho(z) \frac{E_0}{\rho_0}, \text{ et en réutilisant les relation démontrées précédemment,}$$

$$\text{on obtient : } \boxed{E(z) = E_0 \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{g M}{R T_0} \cdot z \right)^{1-\gamma}}$$

C.III Le mouvement des ions

C.III.1 Les rayons cosmiques en arrivant dans les hautes couches de l'atmosphère ionisent atomes et molécules.

C.III.2 Le principe fondamental de la dynamique entraîne : $\sum \vec{F} = e\vec{E} - \lambda \vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$, soit sous

forme canonique : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\lambda}{m} \vec{v} = \frac{e}{m} \vec{E}$.

C.III.3 Si la vitesse initiale est nulle, l'intégration de l'équation différentielle projetée sur la verticale

permet d'obtenir $\vec{v}(t) : \vec{v}(t) = \frac{e}{\lambda} \vec{E} (1 - e^{-\frac{\lambda}{m}t})$.

C.III.4 $\vec{v}_l = \lim_{t \rightarrow +\infty} \vec{v}(t) = \frac{e}{\lambda} \vec{E}$, le temps caractéristique d'établissement est $\tau = \frac{m}{\lambda}$, ce qui nous donne les unités de λ qui est, dimensionnellement, une masse sur un temps et se mesure donc en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

C.III.5

C.III.5.a Numériquement $v_l = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\tau = 9,6 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

C.III.5.b Comparons numériquement les normes de la force électrostatique $eE = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$ et de la force de pesanteur $mg = 4,4 \cdot 10^{-25} \text{ N}$, la force de pesanteur est donc bien négligeable devant la force électrostatique.

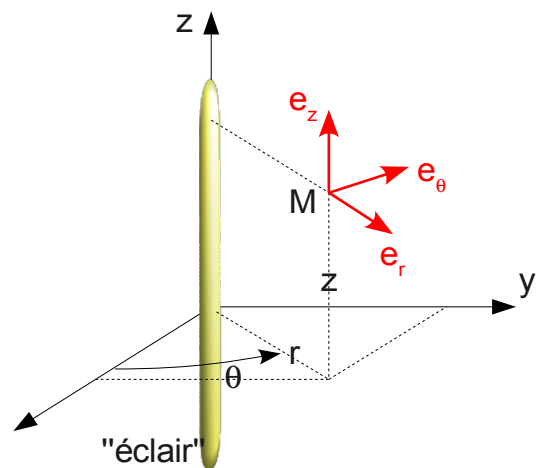
C.III.5.c L'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre est de $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. Comparons

numériquement les normes de la force électrostatique $eE = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$ et de la partie magnétique de la force de Lorentz $e \cdot v_l \cdot B = 2,5 \cdot 10^{-27} \text{ N}$, ici aussi on constate que la force magnétique est négligeable devant la force électrostatique.

C.IV La foudre

C.IV.1 Figure ci-contre.

C.IV.2 Le sens conventionnel du courant est celui de charges positives, les charges négatives descendant pour recharger la Terre négativement, le courant est ascendant.



C.IV.3

C.IV.3.a La forme la plus générale d'écriture d'un champ vectoriel \vec{B} dans le système cylindrique est : $\vec{B}(r, \theta, z, t) = B_r(r, \theta, z, t)\vec{e}_r + B_\theta(r, \theta, z, t)\vec{e}_\theta + B_z(r, \theta, z, t)\vec{e}_z$. Exploitions les symétries : tout plan contenant l'axe Oz est plan de symétrie donc \vec{B} est orthoradial et les composantes $B_r(r, \theta, z, t)$ et $B_z(r, \theta, z, t)$ sont nulles. Exploitions les invariances : toute rotation autour de Oz laisse le système invariant, donc \vec{B} ne dépend pas de la variable θ , toute translation le long de l'axe Oz laisse le système invariant, donc \vec{B} ne dépend pas de la variable z . On en déduit finalement : $\vec{B} = B_\theta(r, t)\vec{e}_\theta = B(r, t)\vec{e}_\theta$.

C.IV.3.b Dans l'approximation des régimes quasi stationnaires, le théorème d'Ampère énonce que la circulation du champ magnétique \vec{B} le long d'un contour fermé, orienté, est égale à la somme algébrique des courants enlacés par le contour (comptés positivement dans le sens positif défini par le

contour), multipliée par la perméabilité magnétique du vide : $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum i$.

C.IV.3.c Appliquons le théorème d'Ampère sur un contour circulaire de centre O, d'axe Oz et de

rayon r : $\int_{\theta=0}^{2\pi} \vec{B} \cdot r d\theta \vec{e}_\theta = \mu_0 \sum i$, soit $2\pi r B(r,t) = \mu_0 I(t)$ et $B(r,t) = K I(t)/r$ avec

$$K = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

C.IV.3.d Le plan contenant les deux pylônes est plan de symétrie, donc \vec{B} est perpendiculaire à ce plan, le plan médiateur des pylônes est plan de symétrie, donc \vec{B} est perpendiculaire à ce plan, or le seul vecteur perpendiculaire simultanément aux deux plans précédents est le vecteur nul, donc \vec{B} est nul en tout point de la droite située au milieu des deux pylônes.

C.IV.3.e L'instrument le plus courant pour mesurer un champ magnétique est un teslamètre à effet Hall.

C.IV.4 Soit une charge q positive montante dans l'éclair (mais le raisonnement serait exactement le même avec les charges négatives descendantes, ions ou électrons, et donnerait le même résultat), la vitesse \vec{v} est axiale montante, le champ magnétique \vec{B} est orthoradial et suivant \vec{e}_θ (voir plus haut le signe de K) donc la force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ est radiale et dirigée vers le centre, la force sur une charge négative descendante est aussi radiale et dirigée vers le centre, donc les charges tendent à se rapprocher de l'axe, et l'éclair tend à imploser.

C.IV.5 Le très fort courant passant dans le canal conducteur de l'éclair provoque une température très élevée et l'excitation des atomes et ions présents, le phénomène lumineux est créé par la désexcitation avec émission de photon, et le tonnerre par l'onde de pression créée par la dilatation très rapide (onde de choc) que provoque l'élévation de température.

C.V Perturbation des circuits électriques

C.V.1 Par définition de l'intensité d'un courant électrique : $i = \frac{dq}{dt}$. Pour calculer q : $q = \int dq = \int i(t) dt$, c'est donc l'aire sous la courbe de la figure 10, si l'on estime grossièrement en approchant cette aire par celle du triangle rectangle en O, de hauteur 30 kA et de base 1000 μ s, on obtient $q = (30 \cdot 10^3 A \cdot 1000 \cdot 10^{-6} s) / 2 = 15 C$, et une intensité moyenne de $i_{moy} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{15}{1000 \cdot 10^{-6}} = 15 kA$.

C.V.2 Cherchons le maximum de la fonction donnée : $\frac{dI(t)}{dt} = I_0(-\alpha e^{-\alpha t_m} + \beta e^{-\beta t_m}) = 0$, soit $t_m = \frac{1}{\beta - \alpha} \ln\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$.

C.V.3 D'après les deux informations données par l'énoncé, le système permettant d'obtenir α et β

$$\text{est : } \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} \ln\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = t_1 \\ e^{-\alpha t_2} - e^{-\beta t_2} = \frac{e^{-\alpha t_1} - e^{-\beta t_1}}{2} \end{cases}$$

C.V.4

C.V.4.a Michael Faraday a découvert le phénomène d'induction dans la 1ère moitié du 19ième siècle.

C.V.4.b D'après les conventions d'orientation de la figure 11a, le champ \vec{B} est dirigé vers l'arrière de la feuille au niveau du circuit, et l'orientation du circuit définie par le sens du courant choisi est

également vers l'arrière, le flux sera donc compté positivement : $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B(r, t) \cdot S = \frac{KS}{r} I(t)$

, et $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{KS}{r} \frac{dI(t)}{dt}$. e est homogène à une tension et a donc pour unité des Volts.

C.V.4.c L'équation du circuit, donnée par la loi des mailles, est : $E(t) + e(t) - L \frac{di(t)}{dt} - Ri(t) = 0$,

soit : $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E(t) - \frac{KS}{r} \frac{dI(t)}{dt}$.

C.V.4.d La perturbation est maximale quand la force électromotrice est maximale, soit quand la pente de I(t) est maximale, donc en début d'enregistrement dans la phase de montée du courant.

C.VI Tension de pas

C.VI.1 D'après l'énoncé, la densité surfacique de courant ne dépend que de la variable radiale r et a une direction radiale, calculons le courant traversant la demi-sphère de rayon r (on se trouve en régime stationnaire, donc ce courant sera le courant total circulant dans l'éclair I) : $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int -j \cdot ds = -j(r) \int ds = -j(r) \cdot S_{1/2\text{ sphère}} = -j(r) \cdot 2\pi r^2$, (\vec{j} est opposé à $d\vec{s}$,

d'où le signe – apparaissant) et le résultat demandé par l'énoncé : $j(r) = -\frac{I}{2\pi r^2}$.

C.VI.2 La loi d'ohm locale s'exprime $\vec{j} = \gamma \vec{E}$. Dans le sol on a donc $\vec{E} = \frac{\vec{j}(r)}{\gamma} = -\frac{I}{2\pi \gamma r^2}$.

Pour obtenir l'expression du potentiel, calculons la circulation du champ \vec{E} sur un chemin radial partant de l'infini jusqu'à r : $V(+\infty) - V(r) = \int_{r=+\infty}^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \int_{r=+\infty}^r -\frac{I}{2\pi \gamma r^2} \vec{e}_r \cdot dr \cdot \vec{e}_r = \left[\frac{I}{2\pi \gamma r} \right]_{r=+\infty}^r$,

ce qui donne $V(r) = -\frac{I}{2\pi \gamma r}$ si V est nul à l'infini.

C.VI.3 Calculons la différence de potentiel entre les pattes arrières et avants : $U_p = V(d + \frac{p}{2}) - V(d - \frac{p}{2}) = \frac{I}{2\pi \gamma} \left((d - \frac{p}{2})^{-1} - (d + \frac{p}{2})^{-1} \right)$, en mettant d en facteur dans les parenthèses on trouve des expressions de la forme $(1+u)^\alpha \approx 1 + \alpha u$ si u petit,

soit : $U_p \approx \frac{Ip}{2\pi \gamma \cdot d^2}$.

C.VI.4 Il faut donc que $U_p = \frac{Ip}{2\pi \gamma d^2} \leq R \cdot I_{max}$, soit $d \geq d_m = \sqrt{\frac{I}{I_{max}} \cdot \frac{P}{2\pi \gamma R}}$.

Numériquement : $d_m = 7,6$ m .

C.VI.5 La tension de pas est proportionnelle à la distance entre les points d'appui au sol, or celle-ci est plus grande entre les pattes avants et arrières d'une vache qu'entre les deux pieds d'un homme .

Merci aux logiciels libres en général, et ici en particulier à :

